電子の比電荷(e/m)測定の誤差要因について(第二報)

佐藤昌也^{*} 一関工業高等専門学校技術室,021-8511 岩手県一関市萩荘字高梨 吉澤雅幸 東北大学大学院理学研究科,980-8578 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-3

学生物理実験の電子の比電荷の測定で,測定値が文献値よりも常に大きくなる現象が見られた。この原因を装置管球内のヘリ ウム原子に電子が衝突し運動エネルギーを損失するためと考え,電子の平均自由行程モデルを構築し理論式を導いた。しかし, 文献値が得られると期待される測定条件で精密な測定を行っても,測定値には文献値と有意の差があることが判った。その系統 誤差の原因は,電子銃内での電子の運動エネルギーの損失であり,この実験方式では比電荷を正確に求めることは困難であると いう結論に至った。

キーワード 電子の比電荷(e/m), ローレンツ力, 非弾性衝突, 平均自由行程, 地磁気, 標準不確かさ, 系統誤差

1. はじめに

著者の一人, 佐藤は前報¹⁾で,「電子の比電荷測定器(島 津理化 EM-30N)」において,電子の比電荷の測定値が文献 値より大きくなる原因のひとつが,管球の劣化により加速 電圧に見合った電子の速度が得られていないためと結論 した。しかし,その後,新品の管球を使っても,測定値は 文献値(*e/m* = 1.759×10¹¹ C·kg⁻¹)よりも大きな値しか 得られなかった。

同装置では、電子銃から発射された電子の飛行軌跡を観 測するために、管球内に希薄なヘリウムガスが封入されて いる。加速された電子がヘリウム原子に衝突することで、 ヘリウム原子の核外電子を励起し、核外電子は基底準位よ りも高いエネルギー準位に遷移し、励起されたエネルギー 準位よりも低いエネルギー準位に戻る際に蛍光を発する。 その発光があることで電子の飛行軌跡を観測することが できる。そのことから、電子の比電荷の測定値が文献値よ りも大きくなる原因を、電子がヘリウム原子に衝突し、へ リウム原子の核外電子を励起する際に運動エネルギーを 失い、衝突後の速度が低下するためと考え直した。

調査を進めるうちに、同様の原因を考察している先行研 究「電子サイクロトロン運動における希薄気体衝突の影響 (笠井・三井)」²⁾が見つかった。しかし、この報告では測 定値の精度が不十分とみられ、理論式と測定値の傾向の一 致が確認できず、理論式を検証するのが難しかった。

本研究では、笠井・三井氏らの報告とは異なるアプロー チ (平均自由行程モデル)で理論式を導き、今回、我々が 精密に測定した電子の比電荷の測定結果と比較、考察した。 その結果、理論的には、最も文献値に近い値が得られる測 定方法は、磁束密度 Bを一定にして電子をサイクロトロン 運動させ、加速電圧の平方根 \sqrt{V} と円軌道の半径rの直線回 帰より比電荷の値を求めることであることが判った。しか し、測定結果の標準不確かさの大きさとの比較から、測定 値には文献値と有意の差があることが判明した。我々は、 その系統誤差の原因が、電子銃から射出される電子の速度 が加速電圧 V で決まる値よりも小さくなっているためと 推定した。見積もられた運動エネルギーの損失量は、加速 電圧相当で約10V であり、実験装置の特性として妥当な 大きさであった。以下に、これらの詳細について報告する。

2. 理論

速度 \vec{v} で飛行する電荷qの荷電粒子が,真空中で電磁界 (電界 \vec{E} ,磁束密度 \vec{B})から受けるローレンツカ \vec{F} は

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{\nu} \times \vec{B}) \tag{1}$$

で表される。

電子のサイクロトロン運動を利用した電子の比電荷測 定器の測定原理に基づき,以下の理論を展開する。電子銃 から加速電圧 V で発射される電子(電荷 e, 質量 m)の速 度vは,加速電圧 V によって電子が加速された時の仕事 eVが全て運動エネルギー($E = \frac{1}{2}mv^2$)に変わったとすると,

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV \tag{2}$$

となり、これより

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$
(3)

となる。

この電子に、図1のように速度の方向に垂直な磁束密度 \vec{B} の磁場を与えたとすると、式(1)より電子に作用するロー レンツカ \vec{F} は電子の運動方向に直角なので、電子は速度vで 円運動し回り続ける。これを電子のサイクロトロン運動と いう。

磁場によるローレンツ力が円運動の向心力となるので, 電子の速度をv,円運動の半径をrとすると

^{*} E-mail: masaya@ichinoseki.ac.jp



$$evB = \frac{mv}{r}$$

の関係がある。

式(4)のvに式(3)の右辺を代入すると、電子の比電荷e/m は

$$\frac{e}{m} = \frac{2V}{B^2 r^2} \tag{5}$$

(4)

となる。

前報では、地磁気等の外部磁場が電子の比電荷の測定 値に与える影響を議論した。この後に述べる我々の実験 方法のように、実験装置のコイルの軸が地磁気の方向に 沿っていると、式(5)はコイルが生じる磁束密度を B_c 、地 磁気等の外部磁場を B_e とすると、

$$\frac{e}{m} = \frac{2V}{(B_c \pm B_e)^2 r^2} \tag{6}$$

となる。ただし、±は装置の設置方向による。以下の議論に おける磁束密度は、地磁気等の外部磁場の補正を施した値 $B(= B_c \pm B_e)$ で進める。

ここまでのモデルでは、発射された電子はヘリウムと 衝突することなく初速vを保ったまま運動している。しか し、現実には電子はヘリウムとの衝突により運動エネル ギーを徐々に失っていく。ヘリウムの励起電圧をV_{He}と し、1回の衝突で失われる電子のエネルギーをeV_{He}とす ることで、衝突の影響を統計的に評価することができ る。それについては、後程述べる。

笠井・三井氏の論文²⁾では,速度に比例する抵抗kvを 運動方程式に加えることで衝突による運動エネルギーの 減少を取り入れている。このモデルでは抵抗がある場合 でも電子軌道を解析的に求めることができる利点があ る。比例定数kは,平均自由行程モデルにおける抵抗力 を電子の初速度で割ることで見積もっている。この論文 の結論として,観測される電子軌道の半径r'は

$$r'^{2} = \frac{2V}{B^{2}\left(\frac{e}{m}\right)} \left(1 - \frac{\pi V_{\text{He}}}{L} \sqrt{\frac{1}{2B^{2}\left(\frac{e}{m}\right)V}}\right) \quad (7)$$

ただし, L は電子の平均自由行程 $L = 1/n\sigma$ (n はヘリウムの数密度, σ は衝突断面積)である。衝突がない場合に比べて電子軌道の半径が小さくなることが示されている。

本論文では、平均自由行程モデルを用いて衝突の影響 を見積もる。まず、衝突により運動エネルギーが減少し た場合に電子軌道がどのように変化するかを考える。図 2は、磁場中でOを中心として半径rの円運動をしている 電子が角度 θ で衝突を起こし、O'を中心とする半径 $r - \Delta r$ の円運動に移行した場合を示している。ただし、電子の 進行方向は衝突では変化せず、また、 Δr はrよりも十分に 小さいと仮定している。このとき観測される電子軌道の 半径は $\theta = 0$ と $\theta = \pi$ のときの電子の位置から

$$r' = \frac{r - \Delta r \cos\theta + r - \Delta r}{2} \tag{8}$$

となり、衝突のない場合との差は

$$r' - r = -\frac{1 + \cos\theta}{2} \Delta r \tag{9}$$

である。

電子軌道の半径rと運動エネルギーEの間には

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{m}{eB} \sqrt{\frac{2E}{m}}$$
(10)

の関係があるので、衝突により減少する運動エネルギー をΔ*E*とすると、

$$\Delta r = \frac{m}{2eB} \sqrt{\frac{2}{mE}} \Delta E = \frac{m}{e^2 B^2 r} \Delta E \qquad (11)$$

が得られる。平均自由行程モデルでは1回の衝突で eV_{H_e} の エネルギーを失うので

$$\Delta E = eV_{\rm He} \frac{r\Delta\theta}{L} \tag{12}$$

となる。ここで $r\Delta\theta$ は電子の移動距離である。半径の観測 は $\theta = \pi$ の位置で行うので、半径rの変化量を積分すると



図 2 衝突による電子軌道の変化

$$r' - r = -\int_0^\pi \frac{mV_{\text{He}}}{2eB^2L} (1 + \cos\theta) d\theta$$

$$= -\frac{\pi m V_{\rm He}}{2eB^2 L} \tag{13}$$

となり

$$r' = \sqrt{\frac{2mV}{eB^2} - \frac{\pi m V_{\rm H_e}}{2eB^2L}}$$
(14)

が得られる。衝突による変化を示す第2項が小さいと仮 定して半径の2乗を計算すると

$$r'^{2} = \left(\sqrt{\frac{2mV}{eB^{2}}} - \frac{\pi mV_{\text{He}}}{2eB^{2}L}\right)^{2}$$
$$\approx \frac{2mV}{eB^{2}} \left(1 - \frac{\pi V_{\text{He}}}{L} \sqrt{\frac{m}{2eB^{2}V}}\right) \qquad (15)$$

となり, 笠井・三井氏らの報告³と同じ結果が得られる。 これは, 変化が小さいという近似により, 2 つのモデルの 差がなくなったことを意味している。しかし, あえて近似 式を用いて理論式の精度を下げる意味が無いので, 我々の 今後の議論は式(14)を元に進める。

式(14)は、衝突を考慮したモデルでは電子軌道の半径rを 減少させる効果が現れることを意味している。しかし、こ れまでの測定ではその補正は行われておらず、それが測定 される比電荷の値が大きくなる原因であると考えられる。 そこで、直線回帰により電子の比電荷e/mを求めることを 考える。直線回帰の方法としては、(1)加速電圧一定、 (2)半径一定、(3)磁束密度一定の三つがある。

(1)の加速電圧を一定とした場合は加速電圧 V が定数 であり、後で実験結果を示すように 1/B とr'のグラフがほ ぼ直線となる。しかし、完全な直線ではない。直線である と仮定して直線回帰により傾きを求めたとすると、その値 は式(14)の微分から

$$\frac{dr'}{d\left(\frac{1}{B}\right)} = \sqrt{\frac{2mV}{e}} - \frac{\pi m V_{\text{He}}}{eB^3 L}$$
(16)

となる。これは衝突がないモデルで得られる傾き $\sqrt{\frac{2mV}{e}}$ より

も小さくなるので,比電荷*e/m*は大きく見積もられてしまう。

次に(2)の半径一定の場合について述べる。式(14)を 加速電圧の平方根 \sqrt{V} について解くと、下記の式が得られ る。

$$\sqrt{V} = \sqrt{\frac{e}{2m}} r'B + \sqrt{\frac{e}{2m}} \frac{\pi m V_{\text{He}}}{2eL} B^{-1} \quad (17)$$

半径を一定とした場合はr'が定数であり,磁束密度Bと加速電圧の平方根 \sqrt{V} のグラフがほぼ直線となる。しかし,式(17)は、第2項の大きさが磁束密度Bで変化するため完

全には直線ではない。直線であることを仮定して直線回帰 により傾きを求めると

$$\frac{d(\sqrt{v})}{dB} = \sqrt{\frac{e}{2m}}r' - \sqrt{\frac{e}{2m}}\frac{\pi m V_{\text{He}}}{2eL}B^{-2} \quad (18)$$

となる。したがって、衝突がないモデルで得られる傾き $\sqrt{e/2m}$ よりも小さくなるので、比電荷e/mは小さく見積もられてしまう。

最後の(3)磁束密度一定の場合について加速電圧の平 方根√√と円軌道の半径r'のグラフを考えると,式(14)は

$$r' = \sqrt{\frac{2m}{eB^2}}\sqrt{V} - \frac{\pi m V_{\text{He}}}{2eB^2L}$$
(19)

となり,磁束密度 Bを一定にするので,第2項は定数であり,グラフは完全に直線となる。加速電圧の平方根√√と円 軌道の半径r'の直線回帰の傾きは,

$$\frac{dr'}{d(\sqrt{V})} = \sqrt{\frac{2m}{eB^2}} \tag{20}$$

となる。したがって、直線回帰により比電荷を正確に求め ることができる。

以上の考察により,電子の比電荷を求める方法としては, 磁束密度 Bを一定にし, \sqrt{V} とr'の関係の直線回帰を行えば よいことがわかる。

3. 実験方法

図3は一関工業高等専門学校の物理実験室である。同校の応用物理IIの「電子の比電荷の測定」の実験では,島津理化の電子の比電荷測定器(EM-30N)を使用している。装置は全部で3台あり、写真のように配置されている。装置の構成は下記の通り。

- ・電子の比電荷測定器 島津理化 EM-30N
- ・直流安定化電源 KIKUSUI PMC18-5 (18 V, 5 A)
- ・指針型直流電圧・電流計 YOKOGAWA MODEL 201200

(直流電圧計は300 V,直流電流計は3A端子を使用)



図3 電子の比電荷測定器の配置(左奥が北,手前が南)



図 4 管球内の電子ビームと読取スケール

また、電子の比電荷測定器の向きはヘルムホルツコイルの 軸を南北方向に取り、装置の開口面を南に取っている。通 常であればコイルの軸を地磁気に直角、即ち東西方向に向 けるのが常套手段であるが、教室の机の設置方向によりや むを得ずこのように配置している。そのため、今回の測定 では別に測定³⁾した地磁気等の外部磁場(実測値3×10⁵T) の補正を施してある。同装置は、放電管中で電子ビームを 発生させ、装置に付属のヘルムホルツコイルによる磁場で 電子ビームの軌道を曲げ、その円軌道の半径rを測定する (図4)。半径rの測定は、装置に付属しているスケール(最 小目盛り2 mm)を用いた。同社の装置のスケールは目盛 りの右端が0 mm となっているが、スケールの0 mm の位

置を電子の円軌道の右側に合わせるのが無理だったので, スケールの10mmの位置を原点にした。また,円の内部は 衝突回数が平均より多い電子なので円軌道の左側の外周 を測定する必要がある。

コイルに大きな電流を流し続けると、コイルの自己発熱 で抵抗値が上がる。直流安定化電源を定電圧(CV=Constant Voltage)出力で用いると、コイルの抵抗値の増加によりコ イル電流が低下してしまう。それを防ぐため、電源を定電 流(CC=Constant Current)出力で用い、コイルの自己発熱 でコイルの抵抗値が変化しても電流が変動しないように し、常に一定の大きさの磁束密度が得られるようにした。

4. 実験結果と考察

理論で検討した3つの条件で測定を行った。その結果を 理論と比較検討してみる。データの分析は表計算ソフト (マイクロソフト Excel)を用いて行った。



(1)加速電圧一定

図5は、加速電圧をV=200V一定にし、半径を

r'=28 mm から44 mm まで4 mm 毎に変化し、磁束密度 B (コイル電流 I から求める)を測定したグラフのひとつで ある。測定結果はほぼ直線となっており、この測定におけ る傾きの大きさと比電荷 e/m の値を示してある。一つのr' において、指針型直流電流計に直列接続したデジタルマル チメータ(sanwa CD771)で、コイル電流 Iを10回繰返し 測定し、その平均値を用いて磁束密度 Bを求めた。デジタ ルマルチメータを用いたのは、多数回の測定を行うため、 計測の負担を軽減する目的と測定精度を高めるためであ る。図5には、直線回帰より求めた比電荷の値を入れてい る。

同一の装置で3回測定を行い、それらの測定値の荷重平均 から得られた比電荷の値(結合推定値)は

e/m = (2.37±0.04) × 10¹¹ C·kg⁻¹となり、文献値よりも 大きくなると推定した理論式(16)の傾向に沿っている。文 献値との誤差は+34.1%と,3つの測定方法の中で最も大き かった。

(2) 半径一定

この測定では、一定の磁束密度 *B*の下、円軌道の半径r⁴が一定になるよう加速電圧Vを調整して測定した。具体的には、指針型の直流電圧計に並列接続したデジタルマルチ



メータを用いて、一定電流Iにおける電圧値を10回繰返し 測定し、その平均値を用いて加速電圧 Vを求めた。

図 6 は、電子軌道の半径を $\vec{r} = 33 \text{ mm}$ 一定にし、磁束密 度 B と加速電圧の平方根 \sqrt{V} を測定した結果である。測定 結果はほぼ直線となっているが、わずかに凹型となってい る傾向が見える。同一の装置で 3 回測定し、その回帰直線 の傾きより求めた比電荷の値(結合推定値)は

e/m = (1.69±0.07) × 10¹¹ C·kg⁻¹ (文献値より-4.0%) で あった。測定値は文献値より小さいが,測定値の上限が文 献値と同じ大きさで,測定値と文献値に有意の差があると は断言できない。

いずれにせよ,(1)加速電圧一定,(2)半径一定の両 方とも理論式は1次式ではないため,直線回帰で測定値を 求めることは適切ではない。(2)半径一定の測定値が理論 式(18)の傾向に沿っているのか未確認ではあるが,上記の 理由により,これら(1),(2)の手法については,これ 以上の議論は行わない。以後は,唯一,直線回帰が適用で きる(3)磁束密度一定について議論を進める。

(3) 磁束密度一定

図7は、磁東密度Bを一定にし、半径をr' = 28 mmから 44 mm まで4 mm 毎に変化させ、その時の加速電圧Vをこ れまで同様 10回の測定の平均から求め、加速電圧の平方 根 \sqrt{V} と円軌道の半径r'の関係を示したグラフである。測定 結果はほぼ直線となっている。同一の装置でe/mを6回 測定した。比電荷の結合推定値は

e/m = (1.67±0.02) × 10¹¹ C·kg⁻¹ (文献値より-5.1%) で あり、先に述べた、半径一定の比電荷の値とほぼ変わらな かった。しかし、巻末の補遺で示す通り、回帰直線から求 めた標準不確かさは非常に小さく、再現性は三つの測定方 法の中で最も高い。

式(19)からは測定結果として文献値が得られるはずであ るが、精密な加速電圧 Vと円軌道の半径r'の測定にもかか わらず、e/mの測定値は文献値との有意な差があり、小さ く見積もられる。このことから、電子の速度が加速電圧 V



図 7 磁束密度一定(1.158×10⁻³ T)における√V 対r'

で決まる値よりも小さいことが推定される。その原因として、電子銃内での飛行電子のヘリウムとの衝突, Schottky 効果,電極形状などによる電子の運動エネルギーの損失が 考えられる。しかし、それらの定量的評価は困難であるため、我々はそれらの運動エネルギーの損失量を加速電圧 V に依存しない定数V_{Gun}で定義し、式(14)の補正を行った。 次式(21)は補正後の理論式である。

$$r' = \sqrt{\frac{2m(V - V_{\rm Gun})}{eB^2}} - \frac{\pi m V_{\rm He}}{2eB^2L} \quad (21)$$

我々は、式(21)の直線回帰を行った結果として得られる e/mが文献値に一致するように V_{Gun} の値を決定した。また、 そのときの回帰直線の切片から平均自由行程Lを求めた。 ただし、ヘリウムの励起電圧 V_{H_e} は、文献 2)と同じく 23 V とした。補遺の(3)磁束密度一定の場合の6回のデータ を用いて分析を行った結果、平均値として

 $V_{Gun} = 9.6$ V, L=0.039 m を得た。

分析により求まったLが妥当であることを以下に述べる。管内の圧力 *p* は,

$$p = \frac{k_{\rm B}T}{\pi r^2 L} \tag{22}$$

と表わされる。ボルツマン定数を $k_{\rm B}$ = 1.38 × 10⁻²³ J·K⁻¹, 気体温度を T=300 K, ヘリウムのファンデアワールス半径 をr = 140 pmとすると、本実験時の管内のヘリウムの圧力 はp = 1.8 Paとなり、笠井・三井氏の論文⁻¹に書かれている、 1 Pa 程度のオーダー内に収まっている。ただし、電子銃の 大きさは平均自由行程よりも小さいので、電子銃における 損失にはヘリウムとの衝突以外の要因もあるのは間違い ないと思われる。

5. まとめ

今回の測定並びにデータ分析より、ヘリウム原子を発光 させるために電子の運動エネルギーが失われ、それが円軌 道の半径を小さくすることが、比電荷が大きくなる主な原 因であると結論づける。

当初の我々の理論モデルでは、磁束密度 Bを一定にして 電子をサイクロトロン運動させ、加速電圧の平方根 \sqrt{V} と 円軌道の半径 r'の直線回帰より比電荷の値を求めること で文献値に近い値が得られることを期待した。それでも、 比電荷e/mの測定結果は文献値と有意の差があった。我々 はその原因として電子銃内での損失を考え、加速電圧の減 少量を V_{Gun} として定義して解析を行った。e/mが文献値に 一致するように定めた V_{Gun} と、そのときの電子の平均自由 行程Lは妥当な値であった。しかし、式(21)は比電荷e/m、 電子銃内での運動エネルギーの損失量 V_{Gun} 、平均自由行程 Lの3つのパラメータをもっており、直線回帰による解析 ができない。このため、測定結果から比電荷を正確に求め ることは困難であると考える。

我々が使用している電子ビームを視認する教育機材で は正確な測定結果を得ることができないが、ヘリウム原子 の核外電子の励起による飛行電子の運動エネルギーの減 少は間違いなくあり、学生に説明する際に決して誤った指 導になることは無いと考える。むしろ、磁場中を飛行する 電子が受けるローレンツ力、電子銃から発射された電子が ヘリウム原子との非弾性衝突により運動エネルギーを失 うこと、管球内のヘリウムや電子の平均自由行程が圧力や 温度で変わること等、重要な物理現象を考察する機会を与 えることができると考える。

謝辞

ー関工業高等専門学校総合科学自然科学領域教授, 白井 仁人先生には, 同校物理実験室ならびに電子の比電荷測定 器を, 長期にわたり研究のために使わせていただきました。 ここに深く御礼申し上げます。

引用文献

- 1) 佐藤昌也:物理教育 63-3 (2015) 201-204.
- 2) 笠井拓登,三井隆久:慶應義塾大学日吉紀要.自然科 学 64 (2018) 1–10 https://koara.lib.keio.ac.jp/xoonips/modules/xoonips/detail. php?koara_id=AN10079809-20180930-0001 (2024 年 2)
- 3) 佐藤昌也:東北物理教育 27 (2017) 11-14.

月20日参照).

補遺

我々のe/m測定結果を下に報告する。

(1) 加速電圧一定の場合

1回目: $(2.2 \pm 0.1) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.11.29 測定) 2回目: $(2.2 \pm 0.1) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.11.29 測定) 3回目: $(2.45 \pm 0.05) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.12.21 測定) 結合推定値: $(2.37 \pm 0.04) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (文献値より + 34.1%)

(2) 半径一定の場合

1回目: $(1.6 \pm 0.2) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.11.29 測定) 2回目: $(1.7 \pm 0.1) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.12.6 測定) 3回目: $(1.7 \pm 0.1) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.12.20 測定) 結合推定値: $(1.69 \pm 0.07) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (文献値より – 4.0%)

(3) 磁束密度一定の場合

1回目: $(1.68 \pm 0.06) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.11.28 測定) 2回目: $(1.69 \pm 0.06) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.11.28 測定) 3回目: $(1.69 \pm 0.06) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.12.6 測定) 4回目: $(1.65 \pm 0.05) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.12.6 測定) 5回目: $(1.67 \pm 0.06) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.12.20 測定) 6回目: $(1.65 \pm 0.05) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (2023.12.20 測定) 結合推定值: $(1.67 \pm 0.02) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (文献值より – 5.1%)