

# 宇宙はブラックホールであるという仮説についての一考察

～ブラックホールから原子そして原子核へ～

山脇正人\*

キーワード：ブラックホール宇宙論、シュワルツシルト半径、事象の地平線、ニュートン力学、特殊相対性理論、放射線、核力、科学哲学

## 概要

宇宙論は現代においても様々なモデルが提案されているが、今回「宇宙は一つの巨大なブラックホールである」と解釈する一説に対して、ニュートン力学と特殊相対性理論を用いて議論した。事象の地平線がまるで逃げ水のように観測点のポテンシャルによってシフトすると考えることでブラックホール宇宙モデルが理解され、そこから観測可能な宇宙の質量は  $1.86 \times 10^{53}$  kg と見積もられた。今回の議論から、遠方の天体の赤方偏移はドップラーシフトによるものではなく、ブラックホール近傍における重力赤方偏移と同等なものであり、なおかつ宇宙のインフレーションは必ずしも天体同士が遠ざかる（空間が膨張する）ものではなく、シュワルツシルト半径が拡大している、という見解に至った。また、ブラックホール内部の「斥力」を示唆する関係式が得られ、そこから原子物理学などへの展開を試みた。その結果、いくつかの共通点が見いだされ、特に原子核の結合エネルギーにおいては実験値を良く近似する関係式を導き出すことができた。

### 1. はじめに

近年、ブラックホールの存在を示す観測結果が発表<sup>1</sup>されたことで、宇宙物理学への関心が高まっている。また、2022年にはジェイムズ・ウェッブ宇宙望遠鏡の運用が開始<sup>2</sup>されており、いま宇宙物理学は黎明期といえる。現代宇宙論ではビッグバンモデル<sup>3</sup>が最も支持されているといえるが、一方で興味深いモデル<sup>4,5</sup>も注目されつつある。そのモデルは、そもそも『我々はブラックホールの中に住んでいる？』と考えられ、『我々から138億光年以上離れた場所は観測できず、宇宙の地平線（私たちに光が届くギリギリの場所）の先にあります。その先には何も無いのではなく、観測できないだけで我々と同じような宇宙がずっと広がっているはずです。逆に言えば、138億光年以上離れた観測者にとっては、我々は見えません。まさにこれはブラックホールと同じ状況です。』<sup>6</sup>と解説されている。そこで今回、この仮説（以下、「ブラックホール宇宙モデル」と称す）に対する考察を行った。今回の議論では、シュワルツシルト・ブラックホール<sup>7</sup>（質量のみ値を持ち、角運動量と電荷を0とする最も単純なモデルのブラックホール）を用いた。

### 2. ブラックホール宇宙モデルの背景

#### 2.1 ブラックホール

近年、銀河 M87 近傍から放出される光に、ブラックホールの存在を示す証拠となる赤方偏移が

---

\* 国立研究開発法人産業技術総合研究所分析計測標準研究部門

e-mail: [yamawaki.masato@aist.go.jp](mailto:yamawaki.masato@aist.go.jp)

観測されたことが発表<sup>1</sup>されている。ブラックホールは図1のように光すら脱出できなくなる重力場を形成すると一般相対性理論から導かれるが、その条件は次のようになる。

$$r_s = \frac{2GM_{r_s}}{c^2} \quad (1)$$

( $r_s$  : シュワルツシルト半径<sup>6</sup>、 $G$  : 万有引力定数、 $M_{r_s}$  : ブラックホールの質量、 $c$  : 光速)

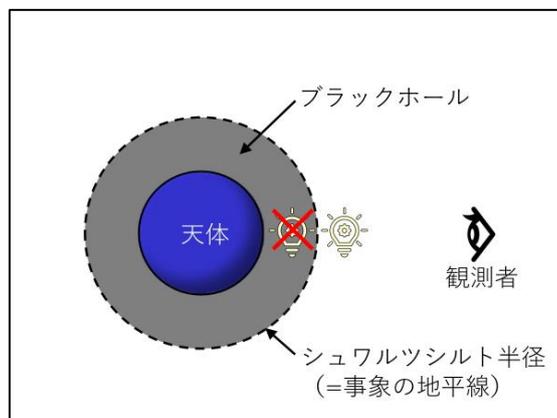


図1 ブラックホール

ある天体の半径がシュワルツシルト半径 $r_s$ 以下になるとき、その天体はブラックホールとなる。ブラックホールは超高密度な天体であるとイメージされることが多い。しかし、(1)式においてブラックホールの質量 $M_{r_s}$ と半径 $r_s$ が比例関係にあることから、例えば質量が2倍になると体積は8倍 ( $M_{r_s}$ は $r_s$ の3乗に比例) となり、その密度は1/4倍となる。つまり、ブラックホールは「質量」が大きくなればなるほど、その「密度」は小さくなっていくのである。よって、「巨大」で「低密度」なブラックホールも存在しうることになる。そこで、このようなブラックホールを「巨大低密度ブラックホール」(図2)と呼ぶことにする。

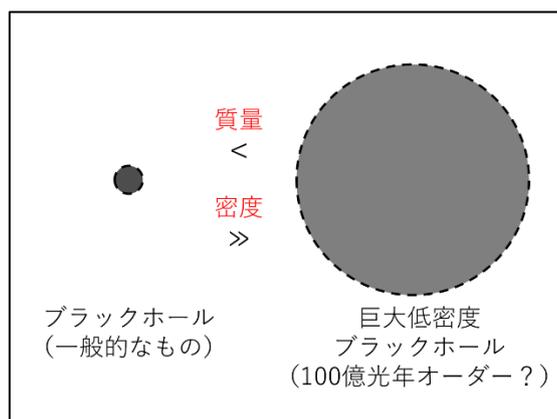


図2 巨大低密度ブラックホール

## 2.2 ブラックホール宇宙モデルとは

ブラックホール宇宙モデル (ブラックホール宇宙論やシュワルツシルト宇宙論とも呼ばれる) とは、図2の「巨大低密度ブラックホール」こそが我々の宇宙であると解釈するモデルであり、そのイメージは図3のようになる。では、この仮説についてひとつ確認してみよう。

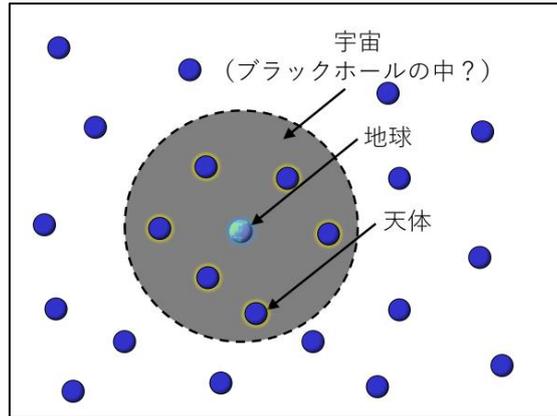


図3 ブラックホール宇宙モデルのイメージ

まず、宇宙を質量 $M$ で半径 $R$ の集合体とみなし、(1)式からシュワルツシルト半径 $r_s$ を求める。観測可能な宇宙の全質量 $M$ は $1 \times 10^{53}$  kg (平均的な天体の質量 $2 \times 10^{30}$  kg、天体数 $5 \times 10^{22}$ 個に相当)<sup>8</sup>、万有引力定数 $G$ は $6.67 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup> s<sup>-2</sup>であることから、シュワルツシルト半径 $r_s$ は $1.48 \times 10^{26}$  mとなる。一方で、観測可能な宇宙の大きさが、138 億光年 (1 光年は約 $1 \times 10^{16}$  m) とすると $1.38 \times 10^{26}$  mであり、シュワルツシルト半径 $r_s$ と観測可能な宇宙の半径 $R$ がほぼ一致する。よって、『我々はブラックホールの中に住んでいる?』とするブラックホール宇宙モデルは、まんざらでもなく思える。

### 2.3 巨大低密度ブラックホールはどこにある?

ところで、我々の住む宇宙にはブラックホールなどのダークマターやダークエネルギー<sup>9</sup>が存在し、それらの質量は観測可能な宇宙の全質量 $M$ の「20 倍」以上と考えられている。つまり宇宙の全質量が観測可能な宇宙の全質量 $M$ の「20 倍」であるならばシュワルツシルト半径 $r_s$ も「20 倍」となることから、観測可能な宇宙の大きさとシュワルツシルト半径は当然一致しないことになるが、一方で次のような矛盾が生じる。平均的な密度を $\rho$ とするブラックホールの全質量 $M_{r_s}$ は

$$M_{r_s} = \frac{4\pi r_s^3}{3} \rho \quad (2)$$

( $\rho$ : ブラックホールの平均的な密度)

である。ここで(1)式に(2)式を代入し、 $r_s$ に対して整理すると

$$r_s = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G\rho}} \quad (3)$$

となる。つまり、 $\rho$ も「20 倍」であるならば(3)式から $r_s$ は約 0.22 倍となり、半径が約 33 億光年の「巨大低密度ブラックホール」が我々の宇宙のどこにでも存在しうることになる。

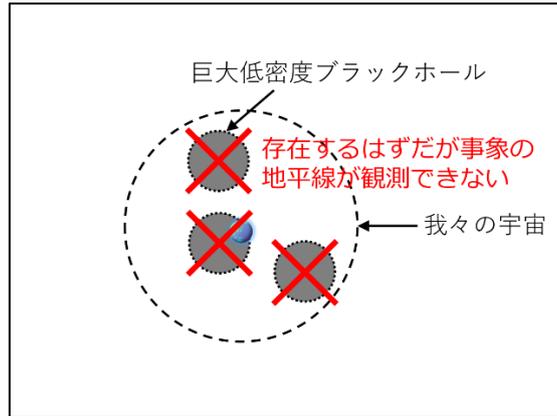


図4 存在するはずの「巨大低密度ブラックホール」はどこへいったのか？

しかしながら、半径約 33 億光年の「巨大低密度ブラックホール」が作りあげているはずの事象の地平線がどこにも観測されないことから、図4のように『存在するはずの「巨大低密度ブラックホール」はどこへいったのか？』という疑問が生まれる。そこでこの疑問を解決すべく、図5のように「事象の地平線は観測点によってシフトする」という仮説を立てて議論した。

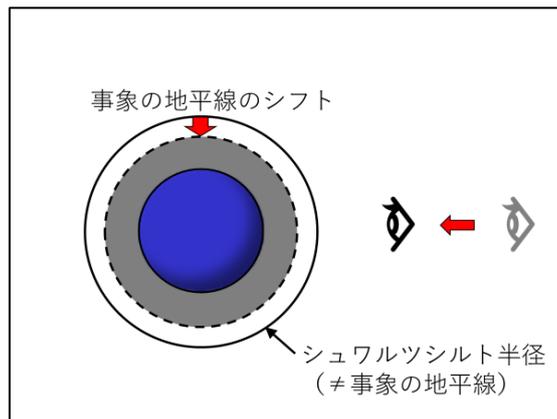


図5 事象の地平線が観測点によってシフトする (シュワルツシルト半径≠事象の地平線) という仮説

### 3. ブラックホール宇宙モデルの考察

今回の議論では「ニュートン力学的考察」と「特殊相対性理論的考察」によりアプローチした。 ※「ニュートン力学的考察」はだいぶ哲学的な話となっています。

#### 3.1 ニュートン力学的考察

##### 3.1.1 重力ポテンシャルの整理と相対屈折率

本考察の前に、まず天体の重力ポテンシャルについて整理しよう。

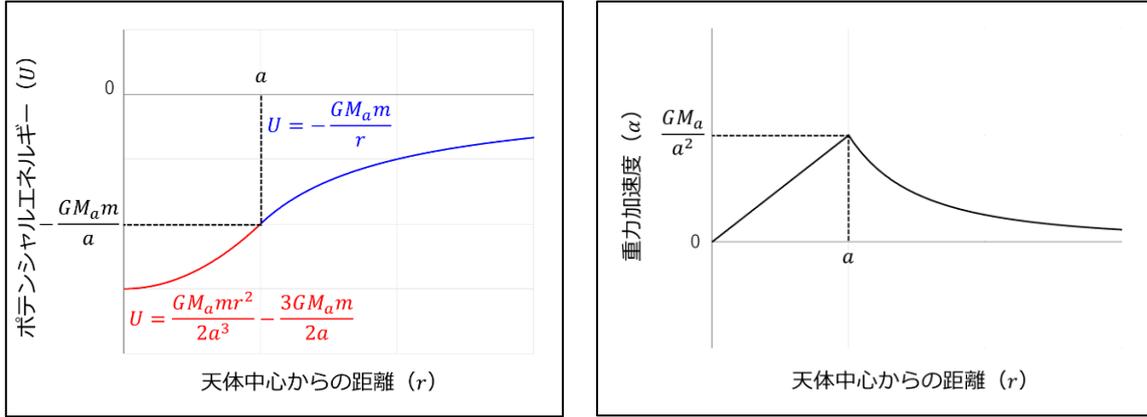


図6 天体のポテンシャルエネルギー（左）と重力加速度（右）

ある天体の半径を $a$ 、質量を $M_a$ 、ある粒子（例えば電子）の質量を $m$ とすると、天体の外側（ $r \geq a$ ）のポテンシャルエネルギー $U$ （図6（左）の青線）は

$$U(r) = -\frac{GM_a m}{r} \quad (4)$$

であり、天体の内側（ $r \leq a$ ）のポテンシャルエネルギー $U$ （図6（左）の赤線）は

$$U(r) = \frac{GM_a m r^2}{2a^3} - \frac{3GM_a m}{2a} \quad (5)$$

である。参考までに、重力加速度は図6（右）のようになり $r = a$ が最大値である。

ちなみに、(4)式において $-U = \frac{1}{2}mc^2$ （運動エネルギーが持ちうる最大値）を代入すると

$$r = \frac{2GM_a}{c^2} \quad (6)$$

となり、偶然にも(1)式（シュワルツシルト半径の関係式）と同じ解が得られることはよく知られている<sup>6</sup>。ただし、 $c$ は真空中の光速であるため、もしも「天体内部について議論」するならば(1)式は

$$r_s = \frac{2GM_{r_s}}{(nc_n)^2} \quad \left( \rightarrow c_n^2 = \frac{2GM_{r_s}}{n^2 r_s} \right) \quad (7)$$

（ $n$ ：相対屈折率、 $c_n$ ：天体内部の光速）

のように「相対屈折率」を用いて拡張するものとしよう。

### 3.1.2 事象の地平線のシフト

さて、天体中心からの距離 $r$ を観測点とする事象の地平線のシフト $\Delta r_s$ について、ニュートン力学的に考察してみよう。ポテンシャルエネルギー $U(r)$ に対するエネルギー差が常に $\frac{1}{2}mc_n^2$ （運動エネルギーが持ちうる最大値）となる位置（ $r_s - \Delta r_s$ ）が事象の地平線となると考える（図7）。

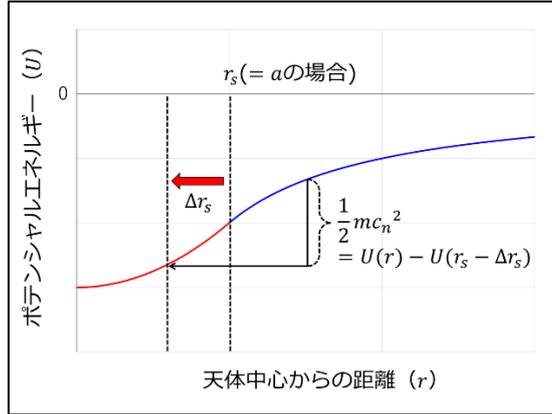


図7 観測点によってシフトする事象の地平線の関係

まず、 $r_s - \Delta r_s \geq a$  の場合（事象の地平線が天体の外側に位置）を考えると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m c_n^2 &= U(r) - U(r_s - \Delta r_s) \\ \rightarrow \frac{1}{2} m c^2 &= -\frac{GM_{r_s} m}{r} - \left( -\frac{GM_{r_s} m}{(r_s - \Delta r_s)} \right) \\ \text{整理} \\ \rightarrow r_s - \Delta r_s &= \frac{2GM_{r_s}}{c^2 + 2GM_{r_s}/r} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。(8)式は $r \rightarrow \infty$ のときに $\Delta r_s \rightarrow 0$ となり、観測点 $r$ が天体から十分に遠い場合において(8)式と(1)式（シュワルツシルト半径の関係式）は一致する。

次に、 $r_s - \Delta r_s \leq a$  の場合（事象の地平線が天体の内側に位置）を考えると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m c_n^2 &= -\frac{GM_a m}{r} - \left( \frac{GM_a m (r_s - \Delta r_s)^2}{2a^3} - \frac{3GM_a m}{2a} \right) \\ \rightarrow c_n^2 &= \frac{3GM_a}{a} - \frac{2GM_a}{r} - \frac{GM_a (r_s - \Delta r_s)^2}{a^3} \end{aligned} \quad (9)$$

となる。ただし、この $c_n$ は天体の内側と外側で異なるため、簡略化して考えるために $a = r_s$ として考えると、 $M_a = M_{r_s}$ であることから(9)式は

$$c_n^2 = \frac{3GM_{r_s}}{r_s} - \frac{2GM_{r_s}}{r} - \frac{GM_{r_s} (r_s - \Delta r_s)^2}{r_s^3} \quad (10)$$

となる。例えば、(7)式（相対屈折率を考慮したシュワルツシルト半径の関係式）の相対屈折率を $n = \sqrt{2}$ として、(10)式に $c_n^2 = GM_{r_s}/r_s$ を代入すると、 $r \rightarrow r_s$ のときに $\Delta r_s \rightarrow r_s$ となり、図8のように事象の地平線は一点に収束する（ $r_s - \Delta r_s = 0$ ）。つまり、事象の地平線は近づけば遠のく「逃げ水」のようなものであると理解できる。

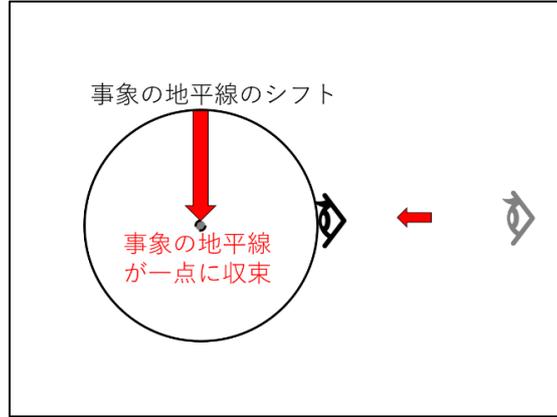


図8 観測点がシュワルツシルト半径に近づくと事象の地平線が一点に収束する

### 3.1.3 巨大低密度ブラックホールの内側

ここで図4の疑問となる『存在するはずの「巨大低密度ブラックホール」はどこへいったのか?』について考えてみよう。上記「天体」を半径 $a$ の「集合体」とみなし、さらに「観測点が集合体の内側に位置 ( $r \leq a$ )」する場合は考えると

$$\frac{1}{2}mc_n^2 = \left( \frac{GM_a m r^2}{2a^3} - \frac{3GM_a m}{2a} \right) - \left( \frac{GM_a m (r_s - \Delta r_s)^2}{2a^3} - \frac{3GM_a m}{2a} \right)$$

$$\rightarrow c_n^2 = \frac{GM_a}{a^3} (r^2 - (r_s - \Delta r_s)^2) \quad (11)$$

となる。ここで、 $a = i r_s$  ( $i$ は比例係数) とすると、 $M_a = i^3 M_{r_s}$ であることから(11)式は

$$c_n^2 = \frac{G i^3 M_{r_s}}{(i r_s)^3} (r^2 - (r_s - \Delta r_s)^2) \xrightarrow{i \text{が消える}} c_n^2 = \frac{G M_{r_s}}{r_s^3} (r^2 - (r_s - \Delta r_s)^2) \quad (12)$$

( $i$ : 比例係数)

となり、(12)式は $i$ に依存しないことから $i \gg 1$ の場合 (つまり観測点が集合体の内側) についても(11)式と同様に議論してよいことになる。ここで、(12)式に(7)式 $c_n^2 = 2GM_{r_s}/n^2 r_s$ を代入すると

$$\frac{2GM_{r_s}}{n^2 r_s} = \frac{GM_{r_s}}{r_s^3} (r_s^2 - (r_s - \Delta r_s)^2)$$

$$\xrightarrow{\text{整理}} \frac{(r_s - \Delta r_s)^2}{r_s^2} = 1 - \frac{2}{n^2} \quad (13)$$

となり、 $|n| \geq \sqrt{2}$ であるならば(13)式が成り立つ。これは、「事象の地平線がシフトして観測者から半径 $\Delta r_s$ の地点が事象の地平線となる」ということであり、これこそが『我々から138億光年以上離れた場所は観測できず、宇宙の地平線 (私たちに光が届くギリギリの場所) の先にあります』と解釈されるブラックホール宇宙モデルなのだ、という見解に至った。

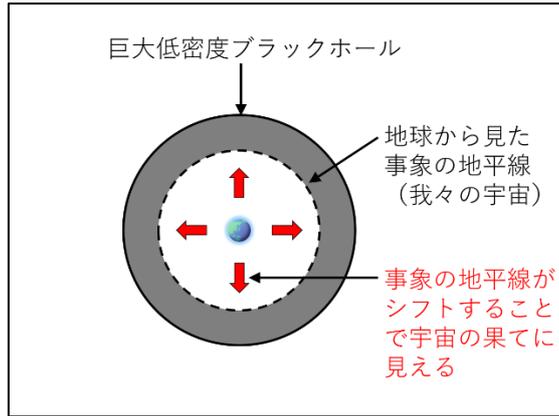


図9 地平線がシフトすることで宇宙の果てに見える

### 3.2 特殊相対性理論的考察

では、特殊相対性理論を用いてもう少し議論を深めてみよう。

#### 3.2.1 特殊相対性理論の整理

まず本考察の前に、ブラックホールがもたらす時間の遅れについて整理する。図10のように赤方偏移は天体の移動や重力加速度により生じ、同時に時間の遅れも生じる。一般相対性理論によれば強い重力場によって時間の遅れや赤方偏移が生じ、事象の地平線上では時間が停止していることになる。<sup>10</sup>

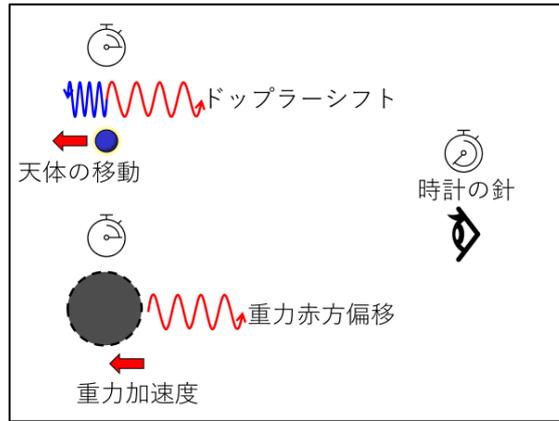


図10 時間の遅れと赤方偏移

時間に対する特殊相対性理論<sup>11</sup>の式は

$$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (14)$$

( $t$  : 静止系の時間、 $t'$  : 慣性系の相対時間、 $v$  : 慣性系の相対速度、 $c$  : 光速)  
 であるが、ここでは(14)式にある $v^2/c^2$ の分母と分子に $\pm \frac{1}{2}m$ を掛け、さらに「天体内部」の場合には $c$ を $c_n$ に拡張して次式のように考えるとしよう。

$$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1 - \frac{\pm \frac{1}{2}mv^2}{\pm \frac{1}{2}mc_n^2}}} \quad (15)$$

### 3.2.2 シュワルツシルト半径外側の式

まず、観測点が天体 $a$ の外側 ( $r \geq a$ ) にあるとき、 $r \rightarrow \infty$ を基準とするポテンシャルエネルギー $U$ と地点 $r$ から脱出するために必要な運動エネルギーの関係は

$$U(r) = -\frac{GM_a m}{r} = -\frac{1}{2}mv_r^2 \quad (16)$$

$$U(r_s) = -\frac{GM_a m}{r_s} = -\frac{1}{2}mv_{r_s}^2 = -\frac{1}{2}mc^2 \quad (17)$$

( $v_r$  : 地点 $r$ からの脱出速度、 $v_{r_s}$  : 地点 $r_s$ からの脱出速度)

となり、(16)式と(17)式を(15)式に代入すると

$$dt = \frac{dt'(r)}{\sqrt{1 - \left(-\frac{GM_a}{r}\right) / \left(-\frac{GM_a}{r_s}\right)}} = \frac{dt'(r)}{\sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}} \quad (18)$$

( $t$  : 基準点( $r \rightarrow \infty$ )の時間、 $t'(r)$  : 地点 $r$ の相対時間)

となる。つまり、観測点が $r_s$ に近づくと時間が遅れが生じ、 $r_s$ では時間が停止することになる。 ※ちなみに、(18)式はシュワルツシルト解<sup>10</sup>と一致しています。

### 3.2.3 シュワルツシルト半径内側の式

次に、観測点が集合体の内側 ( $r \leq a$ ) にあるとき、 $r = 0$ を基準とするポテンシャルエネルギー $U$ と地点 $r$ に到達するために必要な運動エネルギーの関係は

$$U(r) = \frac{GM_{r_s} m r^2}{2r_s^3} = \frac{1}{2}mv_r^2 \quad (19)$$

$$U(r_s) = \frac{GM_{r_s} m r_s^2}{2r_s^3} = \frac{GM_{r_s} m}{2r_s} = \frac{1}{2}mv_{r_s}^2 = \frac{1}{2}mc_n^2 \quad (20)$$

( $v_r$  : 基準点 ( $r = 0$ ) から地点 $r$ への到達速度、 $v_{r_s}$  : 基準点 ( $r = 0$ ) から地点 $r_s$ への到達速度) となり、(19)式と(20)式を(15)式に代入すると

$$dt = \frac{dt'(r)}{\sqrt{1 - \left(\frac{GM_{r_s} m r^2}{2r_s^3}\right) / \left(\frac{GM_{r_s} m}{2r_s}\right)}} = \frac{dt'(r)}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{r_s^2}}} \quad (21)$$

( $t$  : 観測点 ( $r = 0$ ) の時間、 $t'(r)$  : 観測点 ( $r = 0$ ) から距離 $r$ の相対時間)

となる。つまり、観測者からの距離 $r$ が $r_s$ に近づく(観測者から遠ざかる)にしたがって時間の遅れが生じることになる。ここで、(14)式と(21)式の平方根内に注目してみると

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{r^2}{r_s^2} \rightarrow v = \pm \frac{r}{r_s} c \quad (22)$$

の関係が得られる。これはまぎれもなくハッブルの法則<sup>12</sup>と同じであることから、「宇宙は必ずしも天体同士が遠ざかっているものではない」と解釈できるのではないだろうか。

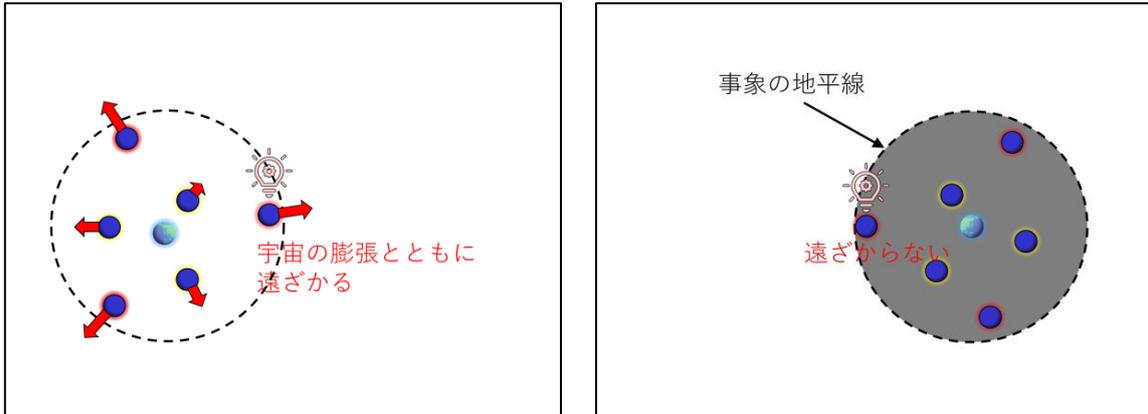


図 11 ビッグバンモデル (左) とブラックホール宇宙モデル (右)

### 3.2.4 ブラックホール宇宙の質量

それでは、(21)式を用いてニュートン力学と特殊相対性理論から見積もられる宇宙の質量について比較してみよう。全質量 $M_{r_s}$ 、半径 $r_s$ 、平均的な密度 $\rho$ の「ブラックホール宇宙」に考えると、ニュートン力学的には

$$M_{r_s} = \int_0^{r_s} 4\pi r^2 \rho dr = \frac{4}{3} \pi \rho r_s^3 \quad (23)$$

である。一方、質量に対する特殊相対性理論<sup>11</sup>の式は

$$M' = \frac{M}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (24)$$

( $M$  : 静止系の質量、 $M'$  : 慣性系の相対質量、 $v$  : 慣性系の相対速度、 $c$  : 光速) であるが、質量 $M$ と密度 $\rho$ は比例関係 ( $M \propto \rho$ ) にあることから

$$M' = \frac{M}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \frac{4\pi r^3}{3} \rho' = \frac{4\pi r^3}{3} \frac{\rho}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \rightarrow \rho' = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (25)$$

( $M$  : 静止系の質量、 $M'$  : 慣性系の相対質量、 $\rho$  : 静止系の密度、 $\rho'$  : 慣性系の相対密度) となる。ここで、(25)式を(21)式と同じ手順で変換すると

$$\rho'(r) = \frac{\rho}{\sqrt{1 - r^2/r_s^2}} \quad (26)$$

( $\rho$  : 観測点 ( $r = 0$ ) の密度、 $\rho'(r)$  : 観測点 ( $r = 0$ ) から距離 $r$ の相対密度) が得られる。ここで、特殊相対性理論的な空間と区別するために $r'$ を用いると全質量 $M_{r_s'}$ は

$$M_{r_s'} = \int_0^{r_s'} 4\pi r'^2 \rho' dr' = \int_0^{r_s'} \frac{4\pi r'^2 \rho}{\sqrt{1 - r'^2/r_s'^2}} dr' \quad (27)$$

となる。そして、(27)式を計算<sup>13</sup>すると

$$\int_0^{r_s'} \frac{4\pi r'^2 \rho}{\sqrt{1-r'^2/r_s'^2}} dr' = \left[ 2\pi r_s' \rho \left( -r' \sqrt{r_s'^2 - r'^2} + r_s'^2 \sin^{-1} \frac{r'}{r_s'} \right) \right]_0^{r_s'} = \pi^2 \rho r_s'^3 \quad (28)$$

となり、 $M_{r_s} = M_{r_s'}$  のとき

$$\frac{4}{3} \pi \rho r_s^3 = \pi^2 \rho r_s'^3 \rightarrow r_s' = \sqrt[3]{\frac{4}{3\pi}} r_s \cong 0.75 r_s \quad (29)$$

となる。つまり、特殊相対性理論を考慮した観測上の宇宙（≒観測可能な宇宙）の半径はニュートン力学的半径の約 0.75 倍に見積もられる。 ※特殊相対性理論的に見積もったブラックホール宇宙の質量 $M_{r_s}$ が無限大に発散してしまうのでは？という矛盾は回避できました。

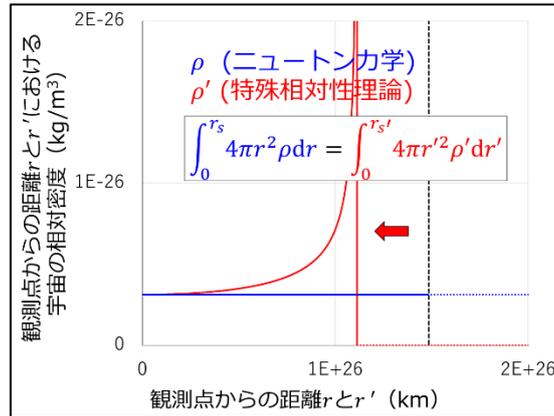


図 12 ニュートン力学的な宇宙の半径 $r_s$ と特殊相対性理論を考慮した観測上の宇宙の半径 $r_s'$

### 3.2.5 遠方の天体の赤方偏移

また、図 12 の関係性について、長さに対する特殊相対性理論<sup>11</sup>の式について(21)式と同じ手順で変換すると

$$L = \frac{L'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \xrightarrow{\text{変換}} L = \frac{L'(r)}{\sqrt{1 - r^2/r_s^2}} \quad (30)$$

( $L$ : 静止系 (観測点) の長さ、 $L'$ : 慣性系の相対長さ、 $L'(r)$ : 観測点から距離 $r$ の相対長さ) となる。この式から、宇宙の果て近傍では長さが収縮しており、観測点に近づくと長さが伸びることがわかる。長さ $L$ と光の波長 $\lambda$ は比例関係 ( $L \propto \lambda$ ) にあることから、つまりは遠方の天体が赤方偏移することを意味し、これは重力赤方偏移と同じである。

### 3.2.6 相対屈折率

ところで、ニュートン力学的考察では相対屈折率 $n$ を用いて議論したが、この相対屈折率 $n$ についてももう少し考えてみよう。長さ $L$ と光の相対屈折率 $n$ は反比例の関係 ( $L \propto 1/n$ ) にあることから

$$n' = \frac{n}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (31)$$

( $n$ : 静止系の相対屈折率、 $n'$ : 慣性系の相対屈折率)

として、さらにこの式を (18)式 (ブラックホール外部の相対時間の式) と同じ手順で変換すると

$$n'_{r \geq r_s}(r) = \frac{n}{\sqrt{1 - r_s/r}} \quad (32)$$

( $n$  : 基準点( $r \rightarrow \infty$ )の相対屈折率、 $n'_{r \geq r_s}(r)$  : 地点 $r (\geq r_s)$ の相対屈折率)

となる。つまり、この「無次元数」である相対屈折率 $n$ こそが、様々な物理量に特殊相対性理論的效果をもたらしている、と考えてもよいのではないだろうか。

#### 4. ブラックホール宇宙モデルの深掘り

##### 4.1 相対屈折率と万有引力定数の一体化

相対屈折率 $n$ は、万有引力定数 $G$ に対して自乗に反比例 ( $G \propto 1/n^2$ ) の関係 ((7)式参照) にある。そもそも屈折率は「無次元数」であることから「相対屈折率 $n$ と万有引力定数 $G$ を一体」として取扱ってみよう。すると(32)式より

$$G'_{r \geq r_s}(r) = (1 - r_s/r)G \quad (33)$$

( $G'_{r \geq r_s}(r)$  :  $r \rightarrow \infty$ を基準とする地点 $r (\geq r_s)$ の相対万有引力定数)

となり、重力加速度 $\alpha'$ は

$$\alpha'_{r \geq r_s}(r) = \frac{G'_{r \geq r_s} M_a}{r^2} = (1 - r_s/r)\alpha \quad (34)$$

( $\alpha'_{r \geq r_s}(r)$  :  $r \rightarrow \infty$ を基準とする地点 $r (\geq r_s)$ の相対重力加速度)

となる。ちなみに、 $r \rightarrow r_s$ において相対重力加速度 $\alpha'_{r \geq r_s} \rightarrow 0$ となる。

##### 4.2 特殊相対性理論的ポテンシャルエネルギー

では、(34)式を用いて特殊相対性理論的ポテンシャルエネルギー $U'$ を求めてみよう。ニュートン力学的に位置エネルギー $U$ は $dU = -\alpha m dr$ となることから

$$U'(r) = \int_r^{r_B} -\alpha' m dr + U'(r_B) \quad (35)$$

( $U'(r)$  :  $r \rightarrow \infty$ を基準とする地点 $r$ のポテンシャルエネルギー、 $r_B$  : 境界 ( $a, r_s, \infty$ ))

と考えることができる。

・  $r_s \leq r$  のとき

$$\begin{aligned} U'_{r \geq r_s}(r) &= \int_r^{\infty} -\alpha'_{r \geq r_s} m dr + U'(\infty) = \int_r^{\infty} -(1 - r_s/r) \frac{GM_a}{r^2} m dr + 0 = \left[ \frac{1}{r} - \frac{r_s}{2r^2} \right]_r^{\infty} GM_a m \\ &= \left( \frac{r_s}{2r^2} - \frac{1}{r} \right) GM_a m = \left( 1 - \frac{r_s}{2r} \right) U(r) \end{aligned} \quad (36)$$

( $U'_{r \geq r_s}(r)$  : 地点 $r (\geq r_s)$ のポテンシャルエネルギー)

となり、(36)式は $r = r_s$ のときに $U'_{r \geq r_s} = U/2$ となっている。もしも、 $-U(r_s) = mc^2$ であるならば

$$-U'_{r \geq r_s}(r_s) = \frac{1}{2} mc^2 \quad (37)$$

となり、一般相対性理論から導かれるシュワルツシルト半径と一致する。つまり、「本来」ニュートン力学的なシュワルツシルト半径は

$$r_s = \frac{2G'M_{r_s}}{c^2} \xrightarrow{\text{ニュートン力学的には}} r_s = \frac{GM_{r_s}}{c^2} \quad (38)$$

であると考えられる。

次に、 $r \leq r_s$ の場合において(33)式と(34)式を (21)式 (ブラックホール内部の相対時間と考える式) と同じ手順で変換すると

$$G'_{r \leq r_s}(r) = (1 - r^2/r_s^2)G \quad (39)$$

( $G'_{r \leq r_s}(r)$  :  $r = 0$ を基準とする地点 $r$  ( $\leq r_s$ )の相対万有引力定数)

$$\alpha'_{r \leq r_s}(r) = \frac{G'_{r \leq r_s} M_a r}{a^3} = (1 - r^2/r_s^2)\alpha \quad (40)$$

( $\alpha'_{r \leq r_s}(r)$  :  $r = 0$ を基準とする地点 $r$  ( $\leq r_s$ )の相対重力加速度)

となる。もしも、 $r \leq r_s$ のポテンシャルエネルギー $U'_{r \leq r_s}$ を見積もるならば ※ただし、(40)式は観測点 ( $r = 0$ ) が基準であるため、 $r \rightarrow \infty$ を基準とすると $dU = \alpha m dr$ となります。

$$\begin{aligned} U'_{r \leq r_s}(r) &= \int_r^{r_s} \alpha'_{r \leq r_s} m dr + U'_{r \geq r_s}(r_s) = \int_r^{r_s} (1 - r^2/r_s^2) \frac{GM_a r}{a^3} m dr + U'_{r \geq r_s}(r_s) \\ &= \left[ \left( \frac{r^2}{2a^3} - \frac{r^4}{4a^3 r_s^2} \right) \right]_r^{r_s} GM_a m - \frac{GM_a m}{2r_s} \\ &= \left( \left( \frac{r_s^4}{4a^3 r_s^2} - \frac{r_s^2}{2a^3} + \frac{r_s^2}{2a^3} - \frac{r_s^2}{4a^3} \right) - \frac{1}{2r_s} \right) GM_a m \end{aligned} \quad (41)$$

( $U'_{r \leq r_s}(r)$  : 地点 $r$  ( $\leq r_s$ )のポテンシャルエネルギー)

となる。また、(41)式は $a = r_s$ の場合であるため、 $a \neq r_s$ についても考えると

・  $r_s \leq r \leq a$  のとき

$$\begin{aligned} U'_{(a \geq) r \geq r_s}(r) &= \int_r^a -\alpha'_{r \geq r_s} m dr + U'_{r \geq r_s}(a) = \int_r^a -(1 - r_s/r) \frac{GM_a r}{a^3} m dr + U'_{r \geq r_s}(a) \\ &= \left[ \frac{r r_s}{a^3} - \frac{r^2}{2a^3} \right]_r^a GM_a m + \left( \frac{r_s}{2a^2} - \frac{1}{a} \right) GM_a m \\ &= \left( \frac{r^2}{2a^3} - \frac{r r_s}{a^3} - \frac{1}{2a} + \frac{r_s}{a^2} + \frac{r_s}{2a^2} - \frac{1}{a} \right) GM_a m \end{aligned} \quad (42)$$

・  $a \leq r \leq r_s$  のとき

$$\begin{aligned} U'_{(a \leq) r \leq r_s}(r) &= \int_r^{r_s} \alpha'_{r \leq r_s} m dr + U'_{r \geq r_s}(r_s) = \int_r^{r_s} (1 - r^2/r_s^2) \frac{GM_a}{r^2} m dr + U'_{r \geq r_s}(r_s) \\ &= \left[ -\frac{1}{r} - \frac{r}{r_s^2} \right]_r^{r_s} GM_{r_s} m - \frac{GM_{r_s} m}{2r_s} = \left( \left( \frac{r}{r_s^2} + \frac{1}{r} - \frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_s} \right) - \frac{1}{2r_s} \right) GM_{r_s} m \end{aligned} \quad (43)$$

となり、(42)式と(43)式は(36)式に接続する。ちなみに、(43)式は $a \ll r_s$  ( $a/r_s \rightarrow 0$ ) のとき

$$U'_{(a \ll) r \leq r_s} = \left\{ \left( \frac{r}{r_s} \left( \frac{a}{r_s} \right) + \frac{a}{r} - 2 \left( \frac{a}{r_s} \right) \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{a}{r_s} \right) \right\} \frac{GM_{r_s} m}{a} \cong \frac{GM_{r_s} m}{r} = -U(r) \quad (44)$$

となることから、 $r_s$ の内側では $r$ に反比例した「斥力」が働いていることがわかる。さらに  
 ・ $r \leq r_s \leq a$ のとき

$$\begin{aligned}
 U'_{r \leq r_s (\leq a)}(r) &= \int_r^{r_s} \alpha'_{r \leq r_s} m dr + U'_{(a \geq) r \geq r_s}(r_s) \\
 &= \left( \left( \frac{r^4}{4a^3 r_s^2} - \frac{r^2}{2a^3} + \frac{r_s^2}{2a^3} - \frac{r_s^2}{4a^3} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \left( \frac{r_s^2}{2a^3} - \frac{r_s^2}{a^3} - \frac{1}{2a} + \frac{r_s}{a^2} - \frac{1}{a} + \frac{r_s}{2a^2} \right) \right) GM_a m \quad (45)
 \end{aligned}$$

・ $r \leq a \leq r_s$ のとき

$$\begin{aligned}
 U'_{r (\leq a) \leq r_s}(r) &= \int_r^a \alpha'_{r \leq r_s} m dr + U'_{(a \leq) r \leq r_s}(a) \\
 &= \left( \left( \frac{r^4}{4a^3 r_s^2} - \frac{r^2}{2a^3} + \frac{1}{2a} - \frac{a}{4r_s^2} + \frac{a}{r_s^2} + \frac{1}{a} - \frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_s} \right) - \frac{1}{2r_s} \right) GM_{r_s} m \quad (46)
 \end{aligned}$$

となり、(45)式と(46)式は(42)式と(43)式に接続する。よって、特殊相対性理論的なポテンシャルエネルギーは図13のようになる。

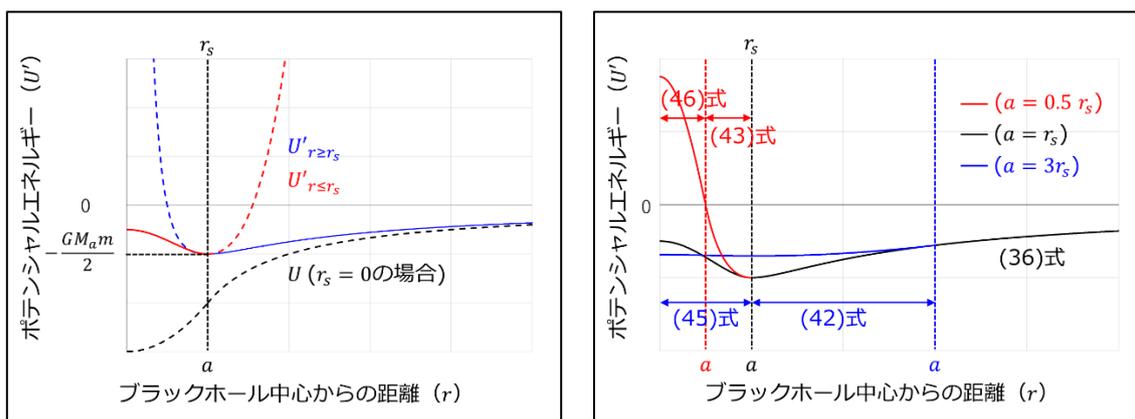


図13 特殊相対性理論的ポテンシャルエネルギー

例えば、 $a \ll r_s$  ( $a/r_s \rightarrow 0$ ) のとき(46)式は

$$U'_{r (\leq a) \ll r_s}(0) = \left( \frac{3}{2} \left( \frac{r_s}{a} \right) + \frac{3}{4} \left( \frac{a}{r_s} \right) - \frac{5}{2} \right) \frac{GM_{r_s} m}{r_s} \rightarrow \infty \quad (47)$$

となるが、これは天体がさらに収縮するにしたがってエネルギーが蓄積されていくことを意味している。

### 4.3 原子・核物理学などへの展開

#### 4.3.1 クーロンポテンシャルとの関係性

図13(右)の曲線( $a = 0.5 r_s$ )は原子核のポテンシャルエネルギー<sup>14</sup>と特徴が良く似ていることから、本関係式は原子・核物理などへ展開できるかもしれない。そこで、万有引力をクーロン力へ単純に当てはめてみよう。 ※角運動量の寄与については今後の検討課題とします。

まず(38)式 (ニュートン力学的なシュワルツシルト半径) にならって、水素原子のクーロン力によるシュワルツシルト半径が

$$m_e c^2 = \frac{ke^2}{r_{s,e}} \rightarrow r_{s,e} = \frac{ke^2}{m_e c^2} \quad (48)$$

( $r_{s,e}$  : 水素原子のクーロン力によるシュワルツシルト半径、 $m_e$  : 電子質量、 $k$  : クーロン定数) であるとする。重力による陽子 ( $m_p$  : 陽子の静止質量) のシュワルツシルト半径は  $r_s = Gm_p/c^2$  ((38)式参照) となることから、クーロン力と重力によるシュワルツシルト半径の関係は

$$r_s = \frac{Gm_p m_e}{ke^2} r_{s,e} \quad (49)$$

となる。ここで

$$\frac{Gm_p m_e}{ke^2} = Q \quad (50)$$

とおき

$$r_s = Qr_{s,e}, \quad U(r) = QQ(r) \quad (\rightarrow Gm_p m_e = Qke^2), \quad r = Q\bar{r}, \quad a = Q\bar{a} \quad (51)$$

( $Q$  : クーロンポテンシャル、 $\bar{r}$  : 荷電距離、 $\bar{a}$  : 荷電半径)

として変換していくと

・  $r_{s,e} \leq r$  のとき ((36)式を変換)

$$\begin{aligned} U'_{r \geq r_s}(r) &= \left( \frac{r_s}{2r^2} - \frac{1}{r} \right) GM_a m \\ &\xrightarrow{\text{変換}} U'_{\bar{r} \geq r_{s,e}}(\bar{r}) = \left( \frac{Qr_{s,e}}{2(Q\bar{r})^2} - \frac{1}{Q\bar{r}} \right) Qke^2 = \left( \frac{r_{s,e}}{2\bar{r}^2} - \frac{1}{\bar{r}} \right) ke^2 \\ &\xrightarrow{\text{クーロン表記}} Q'_{r \geq r_{s,e}}(r) = \left( \frac{r_{s,e}}{2r^2} - \frac{1}{r} \right) ke^2 = \left( 1 - \frac{r_{s,e}}{2r} \right) Q(r) \end{aligned} \quad (52)$$

となる。

・  $a \leq r \leq r_{s,e}$  のとき ((43)式を変換)

$$Q'_{(a \leq r \leq r_{s,e})}(r) = \left( \left( \frac{r}{r_{s,e}^2} + \frac{1}{r} - \frac{1}{r_{s,e}} - \frac{1}{r_{s,e}} \right) - \frac{1}{2r_{s,e}} \right) ke^2 \quad (53)$$

となる。

・  $r \leq a \leq r_{s,e}$  のとき ((46)式を変換)

$$\begin{aligned} U'_{\bar{r}(\leq a) \leq r_{s,e}}(\bar{r}) &= - \left\{ \left( \frac{(Q\bar{r})^4}{4(Q\bar{a})^3(Qr_{s,e})^2} - \frac{(Q\bar{r})^2}{2(Q\bar{a})^3} + \frac{3}{2Q\bar{a}} + \frac{3Q\bar{a}}{4(Qr_{s,e})^2} - \frac{2}{Qr_{s,e}} \right) - \frac{1}{2Qr_{s,e}} \right\} Qke^2 \\ &= \left\{ \left( \frac{\bar{r}^4}{4\bar{a}^3 r_{s,e}^2} - \frac{\bar{r}^2}{2\bar{a}^3} + \frac{3}{2\bar{a}} + \frac{3\bar{a}}{4r_{s,e}^2} - \frac{2}{r_{s,e}} \right) - \frac{1}{2r_{s,e}} \right\} ke^2 \\ &\xrightarrow{\text{クーロン表記}} Q'_{r(\leq a) \leq r_{s,e}}(r) = \left( \left( \frac{r^4}{4a^3 r_{s,e}^2} - \frac{r^2}{2a^3} + \frac{3}{2a} + \frac{3a}{4r_{s,e}^2} - \frac{2}{r_{s,e}} \right) - \frac{1}{2r_{s,e}} \right) ke^2 \end{aligned} \quad (54)$$

となる。

・  $r_{s,e} \leq r \leq a$  のとき ((42)式を変換)

$$Q'_{(a \geq r \geq r_{s,e})}(r) = \left( \frac{r^2}{2a^3} - \frac{rr_{s,e}}{a^3} - \frac{1}{2a} + \frac{r_{s,e}}{a^2} + \frac{r_{s,e}}{2a^2} - \frac{1}{a} \right) ke^2 \quad (55)$$

・  $r \leq r_{s,e} \leq a$  のとき ((45)式を変換)

$$Q'_{r \leq r_{s,e} (\leq a)}(r) = \left( \left( \frac{r^4}{4a^3 r_{s,e}^2} - \frac{r^2}{2a^3} + \frac{r_{s,e}^2}{4a^3} \right) + \left( -\frac{r_{s,e}^2}{2a^3} - \frac{3}{2a} + \frac{3r_{s,e}}{2a^2} \right) \right) ke^2 \quad (56)$$

となる。つまり、原子核近傍 ( $r \leq r_{s,e}$ ) の陽子と電子には「斥力」が働き、一方で電子同士には  $r \leq 2r_{s,e}$  (換算質量が $\frac{1}{2}m_e$ であるため) で「引力」が働くことを示唆している。

#### 4.3.2 軌道電子ポテンシャルとの関係性

電子の古典半径 $r_e (= ke^2/m_e c^2)$ とボーア半径 $a_B$ には、 $r_e = \alpha_{fine}^2 a_B$  ( $\alpha_{fine}$ : 微細構造定数) の関係<sup>15</sup>が知られている。いま $r_{s,e} (= ke^2/m_e c^2)$ と電子の古典半径 $r_e$ は等しい ( $r_e = r_{s,e}$ ) ことから、 $\alpha_{fine}^2 = \mathbb{V}$ とおき

$$r_{s,e} = \mathbb{V} a_B, \quad Q(r) = \mathbb{V} \overline{V(r)} \quad (\rightarrow ke^2 = \mathbb{V} ke^2), \quad r = \mathbb{V} \bar{r}, \quad a = \mathbb{V} \bar{a} \quad (57)$$

( $a_B$ : ボーア半径、 $V$ : 軌道電子ポテンシャル、 $\bar{a}$ : 擬核半径 ※解釈は今後の議論とします。)  
として変換していくと

・  $a_B \leq r$  のとき ((52)式を変換)

$$Q'_{r \geq r_{s,e}}(r) = \left( \frac{r_{s,e}}{2r^2} - \frac{1}{r} \right) ke^2$$

$$\xrightarrow{\text{変換}} Q'_{\bar{r} \geq a_B}(\bar{r}) = \left( \frac{\mathbb{V} a_B}{2(\mathbb{V} \bar{r})^2} - \frac{1}{\mathbb{V} \bar{r}} \right) \mathbb{V} ke^2 = \left( 1 - \frac{a_B}{2\bar{r}} \right) \overline{ke^2}$$

$$\xrightarrow{\text{軌道電子ポテンシャル表記}} V'_{r \geq a_B}(r) = \left( \frac{a_B}{2r^2} - \frac{1}{r} \right) ke^2 = \left( 1 - \frac{a_B}{2r} \right) V(r) \quad (58)$$

となる。ちなみに

$$Q'_{r \geq r_{s,e}}(r_{s,e}) \alpha_{fine}^2 \cong \frac{511 \text{ keV}}{2} \times (7.3 \times 10^{-3})^2 \cong -13.6 \text{ eV} \quad (59)$$

となり、水素のイオン化エネルギー (の負) と等しいことがわかる。

・  $\bar{a} \leq r \leq a_B$  のとき ((53)式を変換)

$$V'_{(\bar{a} \leq r \leq a_B)}(r) = \left( \left( \frac{r}{a_B^2} + \frac{1}{r} - \frac{1}{a_B} - \frac{1}{a_B} \right) - \frac{1}{2a_B} \right) ke^2 \quad (60)$$

・  $r \leq \bar{a} \leq a_B$  のとき ((54)式を変換)

$$V'_{r (\leq \bar{a}) \leq a_B}(r) = \left( \left( \frac{r^4}{4\bar{a}^3 a_B^2} - \frac{r^2}{2\bar{a}^3} + \frac{3}{2\bar{a}} + \frac{3\bar{a}}{4a_B^2} - \frac{2}{a_B} \right) - \frac{1}{2a_B} \right) ke^2 \quad (61)$$

・  $a_B \leq r \leq \bar{a}$  のとき ((55)式を変換)

$$V'_{(\bar{a} \geq r \geq a_B)}(r) = \left( \frac{r^2}{2\bar{a}^3} - \frac{ra_B}{\bar{a}^3} - \frac{1}{2\bar{a}} + \frac{a_B}{\bar{a}^2} + \frac{a_B}{2\bar{a}^2} - \frac{1}{\bar{a}} \right) ke^2 \quad (62)$$

・  $r \leq a_B \leq \bar{a}$  のとき ((56)式を変換)

$$V'_{r \leq a_B (\leq \bar{a})}(r) = \left( \left( \frac{r^4}{4\bar{a}^3 a_B^2} - \frac{r^2}{2\bar{a}^3} + \frac{a_B^2}{4\bar{a}^3} \right) + \left( -\frac{a_B^2}{2\bar{a}^3} - \frac{3}{2\bar{a}} + \frac{3a_B}{2\bar{a}^2} \right) \right) ke^2 \quad (63)$$

となる。

ポジトロニウム（電子と陽電子<sup>16</sup>の結合体）<sup>17</sup>のボーア半径は $2a_B$ 、イオン化エネルギーは $\frac{1}{2}V'_{r \geq a_B}(a_B)$ となることが知られていることから、クーロン力と軌道電子によるポテンシャルエネルギーをまとめると図14のようになる。 ※ちなみに、(63)式を用いると超伝導現象におけるクーパー対形成を解釈できる可能性（本プレプリント「PDF\_ver.6」参照）がありますが今後の議論とします。

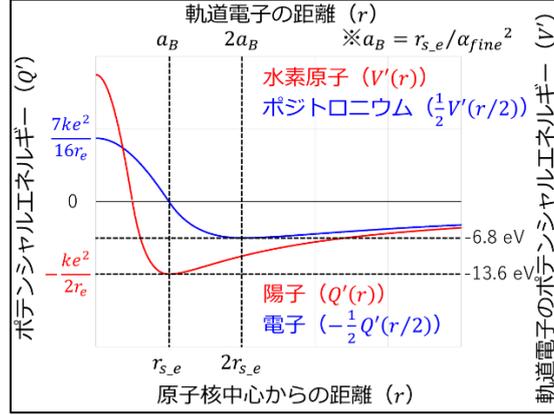


図14 クーロン力によるポテンシャルエネルギー

以上を整理すると、クーロンポテンシャル $Q'$ の関係式は次のようになる。（重力ポテンシャル $U'$ や軌道電子ポテンシャル $V'$ も同様に整理可能）

$$Q'(r) = \int_r^{r_B} \Gamma \gamma ke^2 dr + Q'(r_B),$$

$$\Gamma = \begin{cases} r_{s,e}/r - 1 & (r \geq r_{s,e}) \\ 1 - r^2/r_{s,e}^2 & (r \leq r_{s,e}) \end{cases}, \quad \gamma = \begin{cases} 1/r^2 & (r \geq a) \\ r/a^3 & (r \leq a) \end{cases} \quad (64)$$

( $r_B$ : 境界 ( $a, r_{s,e}, \infty$ ))

また参考までに、シグモイド関数の変形式（フェルミ分布関数と同型）を用いて近似すると

$$Q'(r) \cong \int_r^\infty (2f_1(r) - 1) \left( 1 - \left( \frac{r}{r_{s,e}} \right)^{3f_1(r)-1} \right) a^{-3f_2(r)} r^{3f_2(r)-2} ke^2 dr$$

$$= \int_r^\infty (2f_1(r) - 1) \left( 1 - \left( \frac{r}{r_{s,e}} \right)^{3f_1(r)-1} \right) \left( \frac{r^3}{a^3} \right)^{f_2(r)} \frac{ke^2}{r^2} dr,$$

$$f_1(r) = \frac{1}{1 + e^{\beta_1(r-r_{s,e})}}, \quad f_2(r) = \frac{1}{1 + e^{\beta_2(r-a)}} \quad (65)$$

のように、一つの式におくことができる。ちなみに、 $\beta_1$ および $\beta_2$ が十分に大きいとき(64)式と(65)式はほぼ等しくなる。

#### 4.4 検証

#### 4.4.1 放射線 ( $\beta$ 壊変、 $\beta^+$ 壊変)

今回得られた特殊相対性理論的クーロンポテンシャルの式を用いて放射線について考えてみよう。 $\beta$ 壊変 (および $\beta^+$ 壊変) とは原子核から電子 (または陽電子) が放出される壊変であり、質量欠損分のエネルギーが主に電子 (または陽電子) の静止質量と運動エネルギーに分配される。例えば、中性子、トリチウム、炭素 14、ニッケル 63 の $\beta$ 壊変およびフッ素 18 の $\beta^+$ 壊変における核反応式<sup>18</sup>は

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e + 782 \text{ keV} \quad (66)$$

$${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e + 18.6 \text{ keV} \quad (67)$$

$${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e + 156 \text{ keV} \quad (68)$$

$${}^{63}_{28}\text{Ni} \rightarrow {}^{63}_{29}\text{Cu} + e^- + \bar{\nu}_e + 67.0 \text{ keV} \quad (69)$$

$${}^{18}_9\text{F} \rightarrow {}^{18}_8\text{O} + e^+ + \nu_e + 634 \text{ keV} \quad (70)$$

( $n$  : 中性子、 $p$  : 陽子、 $e^-$  : 電子、 $\bar{\nu}_e$  : 反電子ニュートリノ、 $e^+$  : 陽電子、 $\nu_e$  : 電子ニュートリノ)

である。この $\beta$ 線 (および $\beta^+$ 線) のエネルギースペクトルは他の壊変 ( $\alpha$ 壊変や $\gamma$ 壊変) と異なり、特定のピークを持たない連続的なスペクトルであるが、その理由は反電子ニュートリノ (または電子ニュートリノ) にエネルギーが分配されるからである。では、これらの壊変について以下のようなモデルを立ててみよう。

図 14 のように原子核内部 ( $r \leq a$ ) のポテンシャルが正であるとき、電子は原子核から飛び出すことができる。つまり「 $\beta$ 線 (および $\beta^+$ 線) は原子核内部で生成した電子 (または陽電子) がクーロン力によって放出されるものである」と考える。また、この内部ポテンシャルは $r$ に対して連続的に変化して原子核中心部 ( $r = 0$ ) で最大となることから、(54)式が $r = 0$  ( $Q'_{r(\leq a) \leq r_{s,e}}(0)$ ) のときに $\beta$ 線のエネルギーが最大となると考えられる。また、シュワルツシルト半径 $r_{s,e}$ と電気素量 $e$ は原子番号 $Z$ に比例し、さらに、原子核は軌道電子によりクーロン遮蔽されていることを考慮すると以下の式になる。

$$Q'_{r(\leq a) \leq r_{s,e}}(0)/Z = \left( \frac{3}{2} \left( \frac{Zr_{s,e}}{a} \right) + \frac{3}{4} \left( \frac{a}{Zr_{s,e}} \right) - \frac{5}{2} \right) \frac{ke^2}{Zr_{s,e}} \cong m_e c^2 + E_{\beta^-} \quad (71)$$

( $Z$  : 原子番号、 $E_{\beta^-}$  :  $\beta$ 線の最大エネルギー)

$\beta$ 壊変前は「親核種のクーロンポテンシャルが軌道電子により十分遮蔽されて 0 価である」とみなすと、「 $\beta$ 壊変の瞬間に娘核種は+1 価に帯電」しているように見えることから $Q'/Z$ となる。このように考えると、 $\beta^+$ 壊変も娘核種が-1 価に帯電しているように見えることから、同様に陽電子も原子核から放出される。

娘核種の原子核半径はデータベース Livechart<sup>19</sup>から抽出し、 $0.8783 \times 10^{-15} \text{ m}$  ( $p$ )、 $1.9661 \times 10^{-15} \text{ m}$  ( ${}^3_2\text{He}$ )、 $2.5582 \times 10^{-15} \text{ m}$  ( ${}^{14}_7\text{N}$ )、 $3.8823 \times 10^{-15} \text{ m}$  ( ${}^{63}_{29}\text{Cu}$ )、 $2.7726 \times 10^{-15} \text{ m}$

( $^{18}\text{O}$ ) を用いた (ちなみに、陽子のクーロン力によるシュワルツシルト半径 $r_{s,e}$ は  $2.8179403205 \times 10^{-15} \text{ m}$ )。そして、(71)式を計算すると (Supplement-1\_XLSX\_ver.8「クーロンポテンシャル」シート参照)、 $n$ は1301 keV (Ref. 15 value 1293 keV)、 $^3_1\text{H}$ は526.7 keV (Ref. 15 value 529.6 keV)、 $^{14}_6\text{C}$ は668.9 keV (Ref. 15 value 667 keV)、 $^{63}_{28}\text{Ni}$ は512.9 keV (Ref. 15 value 578 keV)、 $^{18}_9\text{F}$ は625.3 keV (Ref. 15 value 1145 keV) となり、 $\beta$ 壊変における $\beta$ 線の最大エネルギーと電子の静止質量の和 ( $E_{\beta^-} + 511 \text{ keV}$ ) に近い値を得ることができた。(一方で、 $\beta^+$ 壊変である $^{18}_9\text{F}$ は陽電子質量 511 keV を加算しない634 keVに近い。) ただし、この $\beta$ 壊変モデルにあてはまらない核種 (例えば $^{32}_{15}\text{P}$ 。Ref. 15 value 2222 keV) も多分に存在するであろうが、その理由の一つとして親核種がp軌道などの角運動量を持つ場合、軌道電子による原子核のクーロン遮蔽が十分でないことなどが要因なのかもしれない。

#### 4.4.2 核力 (結合エネルギー)

核力とは原子核内で陽子や中性子といった核子同士を結合させている強い力である。陽子同士はクーロン反発するものの、近距離における核力はそれを上回る強い引力となる。では、特殊相対性理論的クーロンポテンシャルの式を用いて核力についても考えてみよう。

まず、原子番号 $Z$ と質量数 $A$ にはおおよそ

$$Z \cong \frac{A}{2 + XA^{2/3}} \quad (72)$$

の関係があり、安定同位体では $X \cong 0.015$ となることが知られている。今回、データベース NuDat3<sup>20</sup>から抽出された「全核種からのおおよそ平均」を優先して $X = 0.012$  (図 15 (左)) とした。また、原子核半径 $a$ は文献<sup>21</sup> (半経験的な公式) から

$$a = \left( 0.9071 + \frac{1.105}{A^{2/3}} - \frac{0.548}{A^{4/3}} \right) A^{1/3} \quad (73)$$

を用いた。では、単純に $Q'(0)$ が原子核の結合エネルギーの総和であり、質量数 $A$ で除した $Q'(0)/A$ が核子あたりの結合エネルギーであると考えてみよう。すると

$$Q'_{r(\leq a) \leq r_{s,e}}(0)/A = \left( \frac{3}{2} \left( \frac{Zr_{s,e}}{a} \right) + \frac{3}{4} \left( \frac{a}{Zr_{s,e}} \right) - \frac{5}{2} \right) \frac{ke^2}{Ar_{s,e}}$$

$$\xrightarrow{Z^2/A \text{で括る}} Q'_{r(\leq a) \leq r_{s,e}}(0)/A = \left( \frac{Z^2}{A} \right) \left( \frac{A}{aZ} \right) \left( \frac{3}{2} + \frac{3}{4} \left( \frac{a}{Zr_{s,e}} \right)^2 - \frac{5}{2} \left( \frac{a}{Zr_{s,e}} \right) \right) \frac{ke^2}{A} \quad (74)$$

と書き換えることができ、(74)式の中に $Z^2/A$ と $A/aZ$ の二つの因子がでてくる。自発核分裂の近似的な条件<sup>22</sup>として $Z^2/A \geq 45$ が知られていることから $Z^2/A$ を「反発」の因子と考えると、 $A/aZ$ は (おおよそ $A \propto a^3$ の関係にあることから) 表面張力 ( $\text{J/m}^2$ ) の反比例と考えると「収縮」の因子となり、この二つの因子により反発と収縮のバランスをとっていると考えることができるかもしれない。そこで例えば、 $A^{2/3}/Z = \text{constant} (\cong 20.9)$ とするならば

$$Q'_{r(\leq a) \leq r_{s,e}}(0)/A = \left( \frac{3}{2} \left( \frac{Zr_{s,e}}{a} \right) + \frac{3}{4} \left( \frac{a}{Zr_{s,e}} \right) - \frac{5}{2} \right) \frac{ke^2}{Ar_{s,e}}$$

$$\xrightarrow{A^{2/3}/Z \text{で括る}} Q'_{r(\leq a) \leq r_{s,e}}(0)/A = \frac{A^{2/3}}{Z} \left( \frac{3}{2} \left( \frac{Zr_{s,e}}{a} \right) + \frac{3}{4} \left( \frac{a}{Zr_{s,e}} \right) - \frac{5}{2} \right) \frac{Zke^2}{A^{5/3}r_{s,e}}$$

$$\xrightarrow{A^{2/3}/Z = \text{constant}(\cong 20.9)} Q'_{r(\leq a) \leq r_{s,e}}(0)/A \cong 20.9 \times \left( \frac{3}{2} \left( \frac{Zr_{s,e}}{a} \right) + \frac{3}{4} \left( \frac{a}{Zr_{s,e}} \right) - \frac{5}{2} \right) \frac{Zke^2}{A^{5/3}r_{s,e}} \quad (75)$$

となり、図 15 (右) のように最も安定な同重体の実験値 (および Bethe-Weizsäcker の公式  ${}^{23}E_{B-W}/A$ ) を偶然にも良く近似することができた。よって、原子核の結合エネルギーはクーロンポテンシャル  $Q'$  に表面張力を一定とする拘束条件が働くものであることが示唆される。 ※ただし、(75)式は安定核種に対応しているため、全核種を近似するには「ハイゼンベルクの谷」を考慮する必要があります。

また、図 15 (右) の赤点のように低質量数側 ( $A < 50$ ) で(75)式を上回るエネルギーを持っている 7 つの核種 ( ${}^1_1\text{H}$  以外は魔法数<sup>24</sup> (2 or 6 or 8) を持っている。魔法数には他にも 20、28、50、82、126 などが知られている) について、本式とのエネルギー差は 1.39 MeV ( ${}^1_1\text{H}$ )、3.03 MeV ( ${}^4_2\text{He}$ )、0.68 MeV ( ${}^6_2\text{He}$ )、0.43 MeV ( ${}^7_3\text{Li}$ )、0.79 MeV ( ${}^9_4\text{Be}$ )、0.43 MeV ( ${}^{12}_6\text{C}$ )、0.18 MeV ( ${}^{16}_8\text{O}$ ) であり、 ${}^4_2\text{He}$  が最大のエネルギー差を持っている。このエネルギー差が大きいほど表面の拘束力が強く働いていることになるため、 $\alpha$ 壊変では ${}^4_2\text{He}$  ( ${}^1_1\text{H}$ ではなく) の原子核が放出されるのだと考えられる。

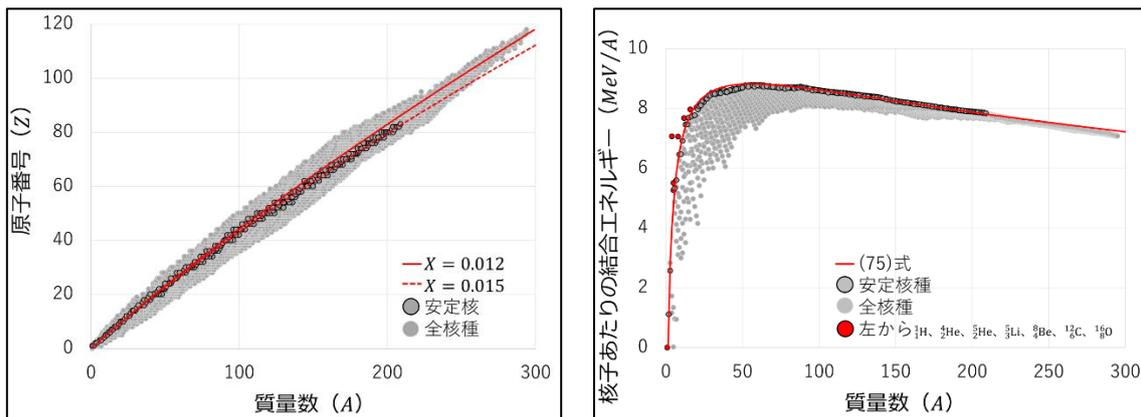


図 15 質量数に対する原子番号 (左) と核子あたりの結合エネルギー (右) の関係

#### 4.5 新たな仮説の提案

では、これまでの議論から 3 つの仮説を立ててみよう。

##### 4.5.1 【仮説 1】核力の起源は電荷

まず、(75)式を用いて ${}^2_1\text{H}$ 、 ${}^4_2\text{He}$ 、 ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ 、 ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ 、 ${}^{238}_{92}\text{U}$ の結合エネルギー (Supplement-2\_XLSX\_ver.8「結合エネルギー」シート参照) を計算してみよう。 ${}^2_1\text{H}$ は 0.146 MeV (実験値は 1.11 MeV)、 ${}^4_2\text{He}$ は 5.87 MeV (実験値は 7.07 MeV)、 ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ は 9.13 MeV (実験値は 8.79 MeV)、 ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ は 7.26 MeV (実験値は 7.87 MeV)、 ${}^{238}_{92}\text{U}$ は 6.87 MeV (実験値は 7.57 MeV) となり、実験値と一致しない。この理由の一つとして、今回は(72)式で $X = 0.012$ を用いたため安定核の集合から若干外れてしまっているからであると考えられる。例えば、 $X = 0.015$ のときは $A = 208$ に対して $Z \cong 82.3$ となるが、 $X = 0.012$ では $A = 208$ に対して $Z \cong 85.9$ となり、 ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ では原子番号 $Z (= 82)$

に対し見かけ上増加 ( $Z'(\cong Z + 3.6)$ ) していること相当する。つまり、 $A^{2/3}/Z = \text{constant}$  が成立するためには「原子番号  $Z$  がフレキシブルに変化」しなければならない。そこで

$$m_e c^2 (= 8.1871057768 \times 10^{-14} \text{ J}) = \frac{ke^2}{r_e} (= 8.1871057768 \times 10^{-14} \text{ J}) \quad (76)$$

( $r_e$  : 電子の古典半径 ( $= 2.8179403205 \times 10^{-15} \text{ m}$ ))

の関係 (各数値は 2018 CODATA recommended values<sup>15</sup> を参照) を用いて仮説を立ててみよう。質量がエネルギーに変換されることはよく知られているが、これは電荷がエネルギーに変換されることと同じであることを意味すると同時に、「質量が電荷に変換される」こともあり得るのではないだろうか。つまり、拘束力の起源は質量が変換された電荷であり、一方で変換された電荷分だけ質量欠損が生じていると考えることができるかもしれない。この仮説をもとに、図 16 (左) の実験値 (最大エネルギーをもつ同重体。Livechart から抽出) から単純に近似してみると

$$\Delta mc^2 \cong \frac{20 \times 2Z'_{X=0.012 \sim 0.018} - Z}{A} m_e c^2,$$

$$Z'_{X=0.012 \sim 0.018} \cong \frac{A - 3}{2 + X(A - 3)^{2/3}} \quad (77)$$

( $\Delta mc^2$  : 電子換算 (質量欠損) エネルギー、 $Z'_{X=0.012 \sim 0.018}$  : 見かけ上の原子番号 ( $X = 0.012 \sim 0.018$ )、 $Z$  : 実際の原子番号 ( $X \cong 0.015$ ))

となり、 $X = 0.012$  では  $A$  が 150 付近まで良く近似できる。一方で、 $A$  が 150 を超えると次第にずれるようになり ( $^{208}_{82}\text{Pb}$  を最後に安定核は消滅)、図 16 (右) のように次第に  $X = 0.018$  へシフトしていく (Supplement-2\_XLSX\_ver.8 「結合エネルギー」シート参照)。核子間で「電荷対」が発現するならばおよそ 20 組の電荷対となる。このように「核力は質量が電荷に変換されたものである」と考えられるのではないだろうか。

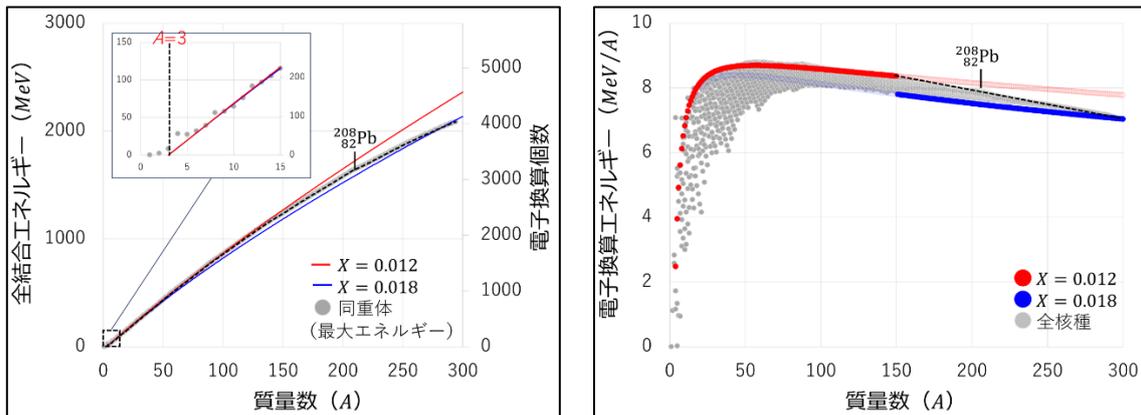


図 16 質量数に対する電子換算個数 (左) と電子換算エネルギー (MeV/A) (右) の関係

では、電荷対発現の規則性について単純にモデル化してみよう。「電荷対が発現するのは核子 (球体) が接触している点」と考えると、核子の接触点の数 (増加分) は  $A = 1$  で 0、 $A = 2$  で 1、 $A = 3$  で 2、 $A \geq 4$  で 3 となることから、図 16 (左) のように  $Z'_{X=0.012 \sim 0.018}$  の横軸は 3 だけシフト ( $A - 3$ ) する。つまり、原子核は面心立法格子構造なのかもしれない。

また参考までに、図 17 のように全結合エネルギーが最大となる同重体の変動量 (Livechart か

ら抽出したリストから算出)は $A$ が偶数と $A$ が奇数で上下に分離しており、おおよそ $40 < A < 260$ においては完全に「交互」になる。(そもそも $A > 260$ では抜けている核種が多数存在)つまり、電荷対発現には $A$ が偶数(さらに $Z$ と中性子数 $N$ も共に偶数)と奇数でギャップが生じるが、 $A$ が小さい場合、核子あたりの結合エネルギー (MeV/ $A$ )には大きな寄与となることから、このギャップを考慮する必要がある。 ※ちなみに、この規則性は対相関(ペアリング)として一般的に知られています。

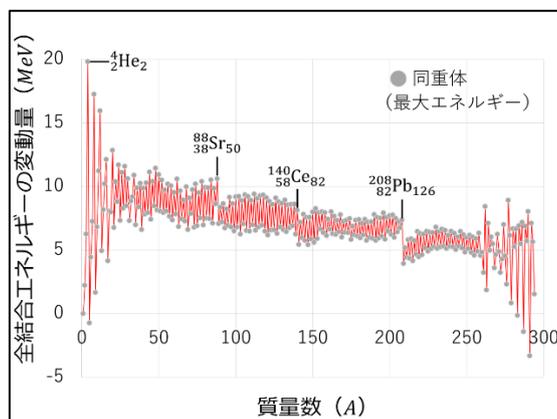


図 17 (参考) 最大エネルギーをもつ同重体の質量数に対する全結合エネルギーの変動量の関係

#### 4.5.2 【仮説 2】陽子は電子と陽電子(もしくはどちらか)の集合体

電子同士および陽電子同士は距離が $2r_{s_e}$ より近づくと「引力」が働く(図 14 参照)ということは、超高圧・高密度中では電子もしくは陽電子の集合体生まれることが予想される。さらに、核力の起源が電子もしくは陽電子であるならば、「陽子は電子もしくは陽電子の集合体である」という仮説が立つ。

今回、 $A^{2/3}/Z$ が表面張力と反比例の関係にあるとして議論したが(4.4.2 参照)、 $A^{2/3}/Z$ が最小値(=表面張力が最大)となる $A$ について計算してみると、 $X = 0.012$ のとき $A = 2152$ 、 $X = 0.015$ のとき $A = 1540$ となり、その平均値は $A = 1846$ になる。これは電子と陽子の質量比約 1836 に近いことから $X$ の値を調整してみると、 $X = 4/300 (= 0.01333\dots)$ としたときに最小値が $A = 1837$ となった。ここから非常にラフに考えてみると、1837 個の陽電子の集合体のうち 1 つの陽電子が電荷を維持することにより陽子の電子質量比は $1836 (= 1837 - 1)$ となり、中性子は陽子に電子が取り込まれてさらにその電荷も質量に変換されることにより $1839 (= 1837 + 2)$ となる。ただし、これら質量比が正確に整数とならない要因はスピン等にエネルギー分配されるからなのかもしれない。 ※これらの解釈については未解決な部分が多いが、例えば(72)式を $Z \cong 600 \times X'^{3/2} A / (2 + X' A^{2/3})$ に置き換えると、 $X' = 4/300$ (と $A^{2/3}/Z \cong 25$ )のときに実験値を良く近似できます。つまり、本来こちらを用いて議論するべきだったかもしれない。また本題から外れるので説明は控えますが、結合エネルギーに「ハイゼンベルクの谷」を考慮する場合(Supplement-2\_XLSX\_ver.8 「(75)式補正案」シート参照。ラフな近似ながらも実験値を良く再現?)には、核図表の陽子や中性子のドリップラインなどを部分的に近似できるこちらの方が都合がよいです。

### 4.5.3 【仮説 3】原子核の空洞形成

また、もう少し原子核の構造について考えてみよう。図 18 にデータベース Livechart から抽出した原子核半径（および(73)式）を示す。ここで仮に

$$a = \mu A^{1/3} + \text{bias} \quad (78)$$

として、 $\mu = 0.8783 \times 10^{-15} \text{ m}$ （陽子半径）、 $\text{bias} = 0.35 \times 10^{-15} \text{ m}$ とすると $A > 50$ において実験値（および(73)式）を良く近似できる。つまり、原子核は中心部に $0.35 \times 10^{-15} \text{ m}$ の「空洞を形成する液滴のようなもの」と考えるべきなのかもしれない。 ※そもそも、半径を 1 とする 4 つの球体の中心にはおよそ半径 0.225 の球体が入る空間ができますが、ここから空洞サイズを非常にラフに見積もると  $0.725(=0.225+0.5)$  と  $1.725(=2+0.225-0.5)$  の比はおよそ 0.42 であることから  $0.8783 \times 10^{-15} \text{ m} \times 0.42 \cong 0.37 \times 10^{-15} \text{ m}$  となり、 $\text{bias} = 0.35 \times 10^{-15} \text{ m}$  に近くなります。

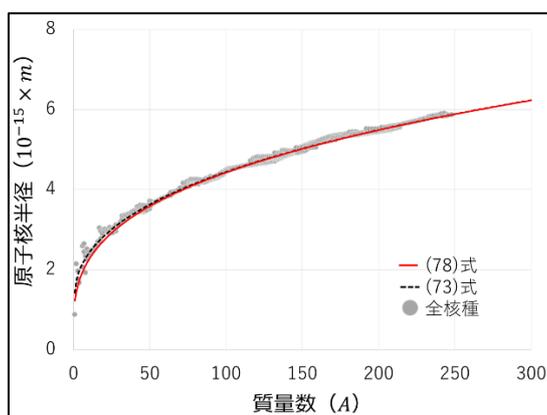


図 18 質量数と原子核半径の関係

$\beta$ 壊変（および $\beta^+$ 壊変）に対する $\beta$ 線の最大エネルギーや核子あたりの結合エネルギーが原子核中心のクーロンポテンシャル ( $Q'(0)$ ) に依存するならば (4.4.1、4.4.2 参照)、この議論を深めることで実験値の再現性を高めることができるかもしれない。例えば、原子核の電荷分布を $\rho_Q(r)$ とすると

$$Q'(r) \cong \int_r^\infty (2f_1(s) - 1) \left( 1 - \left( \frac{r}{r_{s,e}} \right)^{3f_1(s)-1} \right) \left( \int_0^r \frac{s^2 \rho_Q(s)}{Ze} ds \right) \frac{ke^2}{r^2} dr,$$

$$\int_0^\infty \frac{s^2 \rho_Q(s)}{Ze} ds = 1, \quad f_1(r) = \frac{1}{1 + e^{\beta_1(r-r_{s,e})}} \quad (79)$$

と近似される。実際の原子核の電荷分布はおおよそフェルミ分布関数で近似できる<sup>25</sup>ことが知られているが、 $\rho_Q(r) = f_2(r)$ （つまり、 $\rho_Q(r)$  が(65)式（クーロンポテンシャル $Q'$ の近似式）の $f_2(r)$ と等しい場合）について Supplement-1\_XLSX\_ver.8 「(参考)電荷分布考慮」シートに示した。詳細については今後の議論としたい。

## 5. ブラックホール宇宙モデルのインフレーション

ブラックホール宇宙モデルではブラックホールの中にブラックホールが存在することになることから、当然親ブラックホールと子ブラックホールのような各世代のブラックホールについて議

論しなければならない。そして、ブラックホールは周囲の天体などを取り込み膨張することができることから、各世代間での質量の交換も考えられる。では、「ブラックホール宇宙のインフレーションはシュワルツシルト半径の拡大である」とみなして、ニュートン力学と特殊相対性理論から議論してみよう。

### 5.1 ニュートン力学的考察

まず、(38)式（ニュートン力学的なシュワルツシルト半径）に対して質量の増減を考慮すると、次のような関係式で表現することができる。

$$r_s + \Delta r_s = \frac{G(M_{R_s} + \Delta M + 4\pi r_s^2 \rho_{\Delta r_s} \Delta r_s)}{c^2} \quad (80)$$

( $\Delta M$  : ブラックホール宇宙が周囲（親ブラックホール）から取り込んだ質量、 $\Delta r_s$  : シュワルツシルト半径の増減、 $\rho_{\Delta r_s}$  : 親ブラックホールの密度)

さらに、(80)式に(38)式 ( $c^2 = GM_{R_s}/r_s$ ) と (2)式（ブラックホール全質量の式）を代入して、 $\Delta r_s$  に対して整理すると

$$\Delta r_s = \frac{\Delta M}{4\pi r_s^2 (\rho/3 - \rho_{\Delta r_s})} \quad (81)$$

となる。ブラックホールが誕生した直後（初期のブラックホール宇宙）は  $\rho/3 \gg \rho_{\Delta r_s}$  であるため、周囲の物質を取り込むことで膨張するとともに密度が低下する。一方で、ブラックホールが成長（「巨大低密度ブラックホール」化）して  $\rho/3 < \rho_{\Delta r_s}$  となると、(81)式の  $\Delta M$  は負となる必要があり、周囲（親ブラックホール）から物質を取り込むことでは膨張することができない。そこで、「子ブラックホールの誕生が  $M_{R_s}$  の減少 ( $\Delta M$  が負) となる」と考えれば膨張が可能となる。では、この予想について特殊相対性理論的に議論してみよう。

### 5.2 特殊相対性理論的考察

まず、ニュートン力学的には

$$M_{R_s} = \int_0^{R_s} 4\pi r^2 \rho dr = \frac{4}{3} \pi \rho R_s^3 \quad (82)$$

( $R_s$  : ブラックホール宇宙の半径)

である。 $r_s$  から  $R_s$  までを積分したブラックホール宇宙の質量を  $M'_{R_s}$  とすると

$$M'_{R_s} = \int_{r_s}^{R_s} 4\pi r^2 \rho' dr = \int_{r_s}^{R_s} \frac{4\pi r^2 \rho}{\sqrt{1 - r_s/r}} dr \quad (83)$$

( $r_s$  : 子ブラックホールの半径)

となる。ただし、 $\rho'$  は (25)式（特殊相対性理論的密度の式）を (18)式（ブラックホール外部の相対時間の式）を用いて変換している。ここで  $r_s/r = s$  として計算<sup>13</sup>すると

$$\begin{aligned} M'_{R_s} &= -4\pi\rho \int_{R_s}^1 \frac{r_s^2}{s^2 \sqrt{1-s}} \left(-\frac{r_s}{s^2} ds\right) = 4\pi\rho r_s^3 \int_{R_s}^1 \frac{1}{s^4 \sqrt{1-s}} ds \\ &= 4\pi\rho r_s^3 \left[ -\frac{1}{3s^3} \sqrt{1-s} - \frac{5}{12s^2} \sqrt{1-s} - \frac{5}{8s} \sqrt{1-s} - \frac{5}{8} \tanh^{-1} \sqrt{1-s} \right]_{R_s}^1 \end{aligned}$$

$$= 4\pi\rho r_s^3 \left( \frac{R_s^3}{3r_s^3} \sqrt{1-r_s/R_s} + \frac{5R_s^2}{12r_s^2} \sqrt{1-r_s/R_s} + \frac{5R_s}{8r_s} \sqrt{1-r_s/R_s} + \frac{5}{8} \tanh^{-1} \sqrt{1-r_s/R_s} \right) \quad (84)$$

となる。さらに、変動したブラックホール宇宙の半径を $R_s + \Delta R_s$ として、 $M'_{R_s + \Delta R_s} = M_{R_s}$ となる場合について考えると

$$M'_{R_s + \Delta R_s} = M_{R_s} \rightarrow \int_{r_s}^{R_s + \Delta R_s} 4\pi r^2 \rho' dr = \int_0^{R_s} 4\pi r^2 \rho dr \quad (85)$$

( $R_s + \Delta R_s$  : 変動したブラックホール宇宙の半径、 $r_s$  : 子ブラックホールの半径)

となり、これを計算すると $R_s + \Delta R_s$ と $r_s$ の関係は図 19 (右) のようになる。

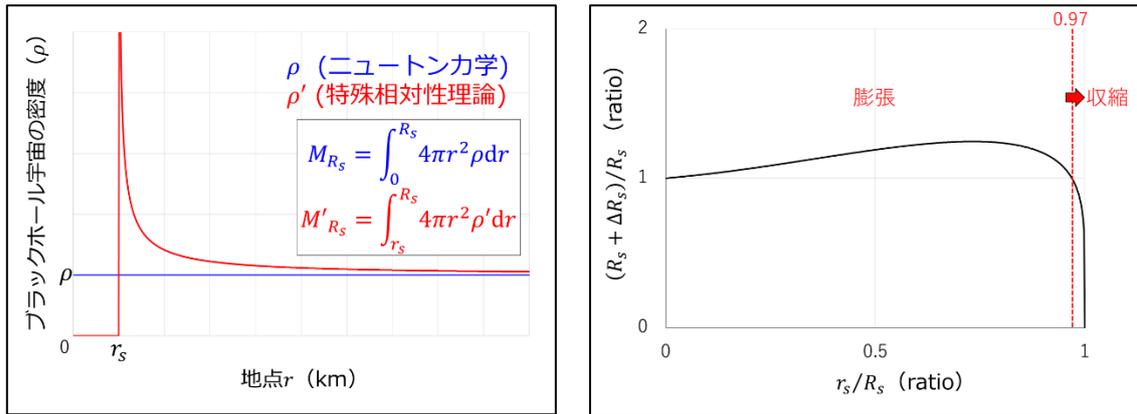


図 19 ブラックホール宇宙の密度 (左) と子ブラックホールの半径に対する変動したブラックホール宇宙の半径の関係 (右)

図 19 (右) は $(R_s + \Delta R_s)/R_s > 1$ のとき「子ブラックホール」の成長とともに「ブラックホール宇宙」が膨張していること示している。一方で、 $r_s/R_s > 0.97$ となるとブラックホール宇宙は収縮する。つまり、「ブラックホール宇宙」は「子ブラックホール」が誕生・成長すると「親ブラックホール」から質量を獲得して膨張することができる。これは、確かにニュートン力学的考察の予想と一致している。一方で、「子ブラックホール」の質量がおよそ 90% ( $\cong 0.97^3$ ) 以上にまで成長すると、今度は「子ブラックホール」に質量を奪われて「ブラックホール宇宙」は消滅する。これは「子ブラックホールと重なり合う」と解釈しても良いだろう。

## 6. ブラックホール宇宙モデルの構築

### 6.1 インフレーションのストーリー

(81)式 (ブラックホール宇宙の質量と膨張の関係式) を例に考えると、図 20 のように初期のブラックホール宇宙 ( $\rho/3 \gg \rho_{\Delta r_s}$ ) は、周囲 (親ブラックホール) から物質を取り込むことで膨張するとともに密度が低下する。一方で、ブラックホール宇宙が成長 (「巨大低密度ブラックホール」化) して親ブラックホールの密度に近づく ( $\rho/3 < \rho_{\Delta r_s}$ ) と、子ブラックホールが誕生することで膨張する。このとき、子ブラックホールの誕生はブラックホール宇宙にとって質量の減少

( $\Delta M < 0$ ) である。そして、このことは「ブラックホール宇宙の質量と観測可能な宇宙の質量が同じである」ことを意味する。

ちなみに、 $\rho = \rho_{\Delta r_s}$  では (3)式 (シュワルツシルト半径と密度の関係式) から  $r_s$  も一致するため、ブラックホール宇宙と親ブラックホールは重なり合う。例えば、仮に加速器などで超小型のブラックホールが誕生したとしても、周囲から質量を取り込むことですぐに低密度化してしまい、我々の宇宙と重なり合うことになる。

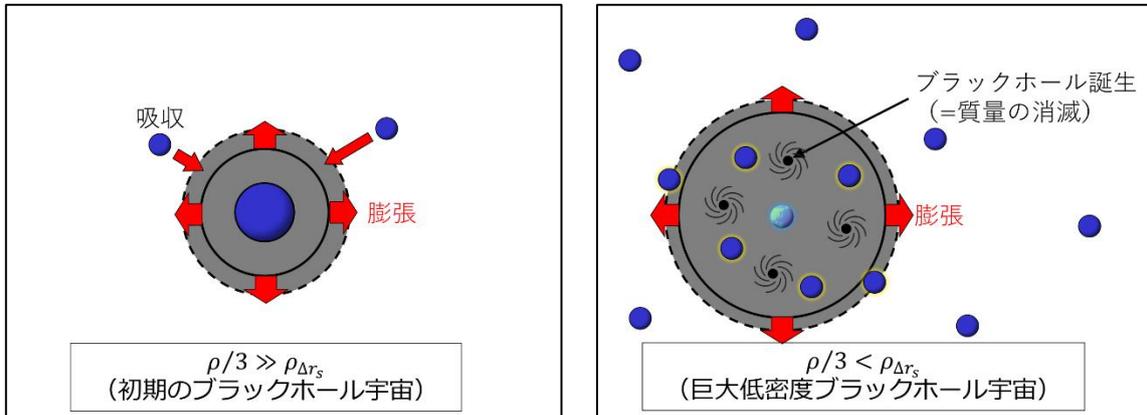


図 20 初期ブラックホール宇宙のインフレーション (左) と成長したブラックホール宇宙 (巨大低密度化) のインフレーション (右)

## 6.2 時間のストーリー

(81)式 (ブラックホール宇宙の質量と膨張の関係式) を用いてブラックホール宇宙のインフレーションと時間の関係について考察してみよう。(81)式の両辺を  $\Delta t$  で割った単位時間当たりの  $r_s$  と  $M$  の変化は

$$\frac{\Delta r_s}{\Delta t} = \frac{1}{4\pi r_s^2 (\rho/3 - \rho_{\Delta r_s})} \frac{\Delta M}{\Delta t} \quad (86)$$

となる。さらに、我々の宇宙は光速で膨張していることから  $\Delta r_s / \Delta t = c$  となり

$$\Delta M = 4\pi r_s^2 c (\rho/3 - \rho_{\Delta r_s}) \Delta t \quad (87)$$

と整理される。つまり、初期のブラックホール宇宙 ( $\rho/3 \gg \rho_{\Delta r_s}$ ) は周囲の天体を取り込み膨張するとともに時間が経過し、巨大低密度化したブラックホール宇宙 ( $\rho/3 < \rho_{\Delta r_s}$ ) は子ブラックホールが誕生 ( $\Delta M < 0$ ) して膨張するとともに時間が経過 ( $\Delta t > 0$ ) する (図 21)。すなわち、「もしも宇宙の膨張が無ければブラックホール宇宙の時間も進まない」ことになる。

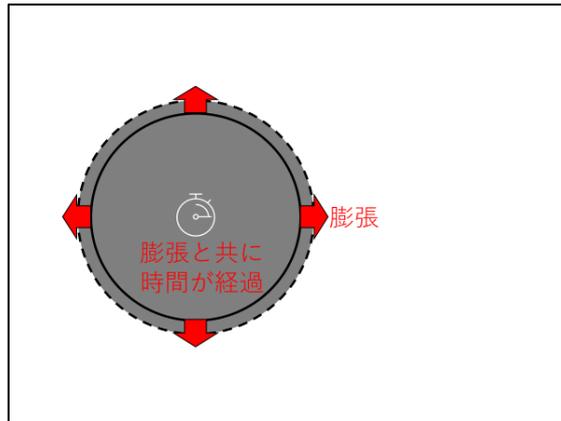


図 21 宇宙の膨張が無ければブラックホール宇宙の時間も進まない？

### 6.3 はじまりのストーリー

ビッグバン初期には超高圧・高密度で電子と陽電子が存在していたと考えられているが、電子と陽電子には「強い斥力」が働いて互いに弾き飛ばされる一方で、電子同士・陽電子同士は融合して陽子と反陽子が生まれる。圧力・密度の低下後には残った陽子と電子が原子を形成する。もしも、この「強い斥力」によりマクロ的に「粒子」で構成された銀河と「反粒子」で構成された銀河に分離しているという可能性を考えるならば、我々の銀河は「陽電子過多（陽子が 1837 個の陽電子と仮定するならば）」の「粒子」で構成された銀河に属しているのかもしれない。

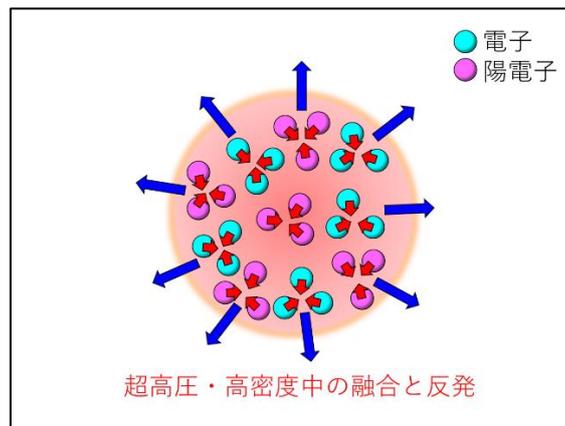


図 22 ブラックホール宇宙のはじまり（超高圧・高密度）における電子と陽電子の斥力と電子同士・陽電子同士の融合

### 6.4 観測可能な宇宙の質量の見積もり

最後に、『我々はブラックホールの中に住んでいる？』とするブラックホール宇宙モデルの議論に帰り、観測可能な宇宙の半径 $R$ から観測可能宇宙の全質量 $M$ の値を求めてみよう。(38)式（ニュートン力学的なシュワルツシルト半径）にならって、観測可能な宇宙の全質量を $M_{r_s}$ 、観測可能な宇宙の半径を $r_s$ とみなすと

$$r_s = \frac{GM_{r_s}}{c^2} \rightarrow M_{r_s} = \frac{r_s c^2}{G} \quad (88)$$

となる。よって、宇宙の半径が 138 億光年であることから観測可能な宇宙の質量は  $1.86 \times 10^{53}$  kg

と見積もられる。

## 7. おわりに

今回「宇宙は一つのブラックホール」と解釈する一説について考察し、事象の地平線のシフトを考慮することでブラックホール宇宙モデルを理解することができた。本ブラックホール宇宙モデルは、1960年代多くの科学者から支持されていた定常宇宙モデル<sup>26</sup>だけでなく、現代宇宙論で最も支持されているビッグバンモデルにも通じるものがある。ただし、本ブラックホール宇宙モデルとビッグバンモデルとの決定的な違いは「インフレーション」にあり、ビッグバンモデルは空間が膨張する（天体同士が遠ざかる）に対し、本ブラックホール宇宙モデルはシュワルツシルト半径が拡大する（必ずしも天体同士は遠ざからない）という点にある。つまりこれは観測可能な宇宙の外側にも宇宙が続いていることを暗示するものであるが、これを実験的・観測的に実証することは非常に困難であろう。しかしながら、今回得られたような関係式を原子や原子核へと展開して定量性を高めていくことができれば、「宇宙はブラックホールである」という仮説に対する現実味が高まっていくのではないだろうか。 ※ジェイムズ・ウェッブ宇宙望遠鏡の解析結果が報告されつつありますが、今のところそれらの報告<sup>27, 28</sup>と本ブラックホール宇宙モデルは矛盾していないようです。更なる報告を心待ちにしています。

## 付記

本原稿は、個人的な考察をまとめたものである。

## 参考文献

- 
- <sup>1</sup> The Event Horizon Telescope Collaboration et al., The Astrophysical Journal Letters, 875:L1 (2019), <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0ec7>
  - <sup>2</sup> NASA, <https://webb.nasa.gov/>
  - <sup>3</sup> R. A. Alpher, H. Bethe and G. Gamow, Physical Review, 73, 803-804 (1948), <https://doi.org/10.1103/PhysRev.73.803>
  - <sup>4</sup> Nikodem J. Popławski, General Relativity and Gravitation, 53, 18 (2021), <https://doi.org/10.1007/s10714-021-02790-7>
  - <sup>5</sup> Charles H. Lineweaver and Vihan M. Patel, American Journal of Physics, 91, 819–825 (2023), <https://doi.org/10.1119/5.0150209>
  - <sup>6</sup> 須藤靖 (2022)、宇宙は数式でできている、朝日新聞出版、ISBN 978-4-02-295160-1  
※<https://dot.asahi.com/dot/2022022500042.html?page=1> も参考
  - <sup>7</sup> A. Sneppen, Scientific Reports, 11, 14247 (2021), <https://doi.org/10.1038/s41598-021-93595-w>
  - <sup>8</sup> Paul Davies (2007), The Goldilocks Enigma, First Mariner Books, Houghton Mifflin Harcourt, ISBN 978-0618592265
  - <sup>9</sup> ESA, [https://www.esa.int/Science\\_Exploration/Space\\_Science/Planck/Planck\\_reveals\\_an\\_almost\\_perfect\\_U](https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Planck/Planck_reveals_an_almost_perfect_U)

---

[niverse](#)

- <sup>10</sup> K. Schwarzschild, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, 7, 189-196 (1916) ※[シュバルツシルト半径 | 天文学辞典 \(astro-dic.jp\)](#) も参考
- <sup>11</sup> A. Einstein, Annalen der Physik, 322, 10, 891-921 (1905),  
<https://doi.org/10.1002%2Fandp.19053221004>
- <sup>12</sup> E. Hubble, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 15, 3, 168-173 (1929), <https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168>
- <sup>13</sup> I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik and A. Jeffrey (2007), Table of Integrals, Series, and Products, 7th ed. Cambridge, MA, USA: Academic Press, ISBN978-0-12-373637-6 ※[無理関数の原始関数の一覧 - Wikipedia](#) も参考
- <sup>14</sup> Roderick V. Reid Jr., Annals of Physics, 50, 3, 411-448 (1968), [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(68\)90126-7](https://doi.org/10.1016/0003-4916(68)90126-7) ※[核力 - Wikipedia](#)、[スーパーコンピュータがとらえたクォーク 6 個からなる粒子「H-ダイバリオン」 - 筑波大学 計算科学研究センター Center for Computational Sciences](#) も参考
- <sup>15</sup> 2018 CODATA recommended values ※[物理定数 - Wikipedia](#)、[プランク単位系 - Wikipedia](#)、[宇宙はブラックホールであるという仮説についての一考察 | Jxiv, JST プレプリントサーバ](#) も参考
- <sup>16</sup> C. D. Anderson, Physical Review, 43, 491-494 (1933), <https://doi.org/10.1103/PhysRev.43.491> ※[陽電子 - Wikipedia](#) も参考
- <sup>17</sup> St. Mohorovičić, Astronomische Nachrichten, 253, 4, 93-108 (1934),  
<https://doi.org/10.1002/asna.19342530402> ※[ポジトロニウム - Wikipedia](#) も参考
- <sup>18</sup> 日本アイソトープ協会 (2021)、放射線取扱の基礎、丸善出版、ISBN 4890732837
- <sup>19</sup> International Atomic Energy Agency、Livechart データベースから抽出された情報、[Livechart - Table of Nuclides - Nuclear structure and decay data](#)
- <sup>20</sup> National Nuclear Data Center、NuDat データベースから抽出された情報、[NuDat 3](#)
- <sup>21</sup> I. Angeli, K.P. Marinova, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 99, 69-95 (2013),  
<https://doi.org/10.1016/j.adt.2011.12.006>
- <sup>22</sup> 長倉三郎 ほか (1998)、理化学辞典第 5 版、岩波書店、1998, ISBN 9784000800907 ※[自発核分裂 - Wikipedia](#) も参考
- <sup>23</sup> C. F. v. Weizsäcker, Zeitschrift für Physik, 96, 431-458 (1935), <https://doi.org/10.1007/BF01337700>  
※[ベーテ・ヴァイツゼッカーの公式 - Wikipedia](#) も参考
- <sup>24</sup> 社団法人日本原子力学会 (2020)、原子炉物理 (シリーズ：現代核科学の基礎)、出版、ISBN-978-4-89047-174-4 ※[Chap\\_All\\_20200317.pdf](#)
- <sup>25</sup> J. Friedrich and N. Voegler, Nuclear Physics, A373, 192-224(1982), [https://doi.org/10.1016/0375-9474\(82\)90147-6](https://doi.org/10.1016/0375-9474(82)90147-6)
- <sup>26</sup> F. Hoyle, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 108, 5, 372-382 (1948),  
<https://doi.org/10.1093/mnras/108.5.372>
- <sup>27</sup> L. Ferreira et al., The Astrophysical Journal Letters, 938, L2 (2022), <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac947c>
- <sup>28</sup> L. Shamir, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 538, 1, 76-91 (2025), <https://doi.org/10.1093/mnras/staf292> 29