

階層的情報伝搬モデル (HIPM) による 情報抵抗・折りたたみ写像の統合理論

著者：佐々木 裕司

所属：独立研究者（日本）

ORCID：https://orcid.org/0009-0007-8616-3263

Email：sasaki7484@gmail.com

Abstract

本研究では情報の最小単位を量子レベルに設定し、物質階層を含む多層構造を有限体 $\mathbb{F}_q$ 上の階層的情報伝搬モデル (Hierarchical Information Propagation Model; HIPM) として定式化する。HIPM は各階層が局所的な情報空間を持ち、階層間は折りたたみ写像 (folding mapping) および情報抵抗 (informational resistance) によって結び付く構造を持つ。

階層を横断する情報は必要成分のみが抽出されつつコンパクト化されるが、有限体上の可逆性により整合性が保存される。この枠組は従来の Landauer の原理が単一階層内の情報消去を扱っていたのに対し、階層間での情報再配置・保存・散逸を統一的に表現する一般化理論を与える。

本論文では HIPM の数理構造を提示し、(1) 階層間情報抵抗の空間分布、(2) 折りたたみ写像の構造と可逆性、(3) 階層情報エントロピー変動、(4) 階層間ゲージ構造に対応する情報流束が理論と整合する形で再現されることを有限体上でのシミュレーションにより示す。

本研究は情報階層をもつ物理系に対し、「階層を横断する情報＝保存と散逸を併せ持つ物理量」として扱う新たな形式的基盤を提供する。

Keywords

階層的情報伝搬, 折りたたみ写像, 情報抵抗, 有限体, 情報熱力学, ゲージ構造

1 序論

情報と物理の関係は、20 世紀後半から量子情報科学および情報熱力学の発展により、「情報は物理的実体である」という視点へと大きく進展してきた。Shannon による情報エントロピー [1] は、当初は通信系における統計的指標として導入されたが、Landauer の原理 [2] が示すように、情報の消去がエネルギー散逸を伴うという結果は、情報が物理法則に従う量として扱われなければならないことを示している。

一方、量子情報理論では、エンタングルメント、位相、コヒーレンスといった量子特有の自由度が情報の担い手となる。これらは古典的エントロピーでは測りきれず、情報の構造自体を新しい階層で理解する必要性が指摘されてきた。Zurek らによる量子ダーウィニズムや、Nielsen – Chuang に代表される量子計算理論の体系化 [4] は、量子情報を「次元の異なる情報相 (information phase)」として捉える新しい枠組みの萌芽を示している。

本研究では、この潮流をさらに拡張し、**情報の伝搬そのものを階層構造として扱う枠組み**を提案する。我々が扱う情報は、物質レベル（マクロ）から量子レベル（ミクロ）まで多階層にまたがって存在し、各階層は独自の自由度・時間スケール・情報圧縮則をもつと考えられる。これは、階層的粗視化 (coarse-graining) と写像 (mapping) による情報の再配置 (reconfiguration) によって特徴付けられる。

本研究で提案する「階層的情報伝搬モデル (Hierarchical Information Propagation Model; HIPM)」では、有限体 $\mathbb{F}_q$ を基盤とした離散情報表現を用い、量子レベルの“折りたたまれた情報”が、低層のマクロ構造へと反映される際に情報抵抗 (information resistance) と呼ばれる効果が現れるという仮説を置く。これは、熱伝導方程式が持つ拡散構造との形式的類似を持ちながらも、情報とエネルギーの関係を一般化したものである。

特に重要なのは、階層間の写像が完全には可逆でも不可逆でもなく、**準可逆 (quasi-reversible)** な性質を持つ点である。この性質が、Landauer の原理における「情報消去＝熱散逸」という図式とは異なる階層依存型の情報動態を可能にしている。

また、本モデルのシミュレーションにより、特定のパラメータ領域において、量子情報と類似するエネルギー保存様式や階層依存のエントロピー再配置が確認された。これは、量子情報に特有の“折りたたまれた自由度”が、階層構造を通して再配置されるという本モデルの基本仮説と整合する。

本論文の目的は次の三点にまとめられる：

1. 階層的粗視化と有限体を用いた情報伝搬の一般理論を構築すること。
2. 階層間の情報再配置が生む「情報抵抗」および準可逆性の数学的導出を与えること。
3. 本理論に基づくシミュレーションを通じて、量子情報現象の一部を再現する条件を明示し、階層的情報相の存在可能性を示すこと。

これらを通じて、本研究は**情報が階層構造の中でどのように保存・圧縮・再配置されるのか**を統一的に説明する新しい理論基盤を提供する。続く章では、理論的枠組み、シミュレーション手法、結果、そしてその物理的意味について詳述する。

2 理論的枠組

本章では、本研究で提案する**階層的情報伝搬モデル (Hierarchical Information Propagation Model; HIPM)** の理論的基盤を構築する。HIPM は、情報が複数の階層にわたり異なる自由度と圧縮性を持つという立場に基づき、有限体を用いた離散的表現と階層写像を統合することで、量子レベルから物質レベルへ至る情報の再配置過程を記述するものである。

本節では、階層構造の定義、情報状態の表現、階層間の写像、そしてその基盤となる準可逆性および「情報抵抗 (information resistance)」の概念を、数学的に定式化する。

2.1 階層構造と自由度の考え方

本研究では、情報が多階層的に構造化されているという前提を置く。階層は離散添字 $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ によって表され、数値が大きいほどよりミクロな階層とする。すなわち、

低層 ($n \approx 1$) $\leftrightarrow$ マクロ (物質レベル)

高層 ($n \approx N$) $\leftrightarrow$ ミクロ (量子レベル)

という対応関係を取る。

この方向付けは、量子レベルが最小自由度 (最も単純な状態) を持ち、マクロ構造はそれらの集団的自由度を統合した状態として現れるという本研究の基本的な情報観に基づく。したがって本論文では、

高層ほど自由度が小さく、低層ほど自由度が大きい

という定義を採用する。

自由度の大きい層 (低層) は、多数の情報素片の重ね合わせとして表現され、ミクロ層 (高層) はその圧縮表現、すなわち折りたたまれた情報構造として扱われる。

2.2 有限体による情報状態の離散表現

階層 n における情報状態は、有限体 $\mathbb{F}_q$ 上の写像として定義する。階層 n の i 番目の自由度を

$$\psi_i^{(n)} \in \mathbb{F}_q$$

と表す。

有限体を採用する理由は次の三点である：

1. 演算の閉包性と可逆性が保証される。
2. 情報量が明確にビット数として定義できる。
3. 階層写像が有限の状態空間を保つため、準可逆性を定式化しやすい。

特に、ミクロ階層では量子情報が持つ位相・符号の離散的側面を $\mathbb{F}_q$ を介して表現できる点が重要である。

2.3 階層間写像と折りたたみ (folding) の定義

高層 (ミクロ) から低層 (マクロ) への写像は、自由度の減少ではなく「情報の圧縮による再配置」として扱う。この変換を本研究では **折りたたみ (folding)** と呼び、次の写像として定義する：

$$\mathcal{F}_n : \{\psi_i^{(n)}\}_{i=1}^{L_n} \longrightarrow \{\psi_j^{(n-1)}\}_{j=1}^{L_{n-1}}$$

ただし、 L_n は階層 n の自由度数、 $\mathcal{F}_n$ は圧縮写像である。

折りたたみは完全な圧縮ではなく、写像の一部が保持される「準可逆」構造を持つ：

$\mathcal{F}_n^{-1}$ は一意ではないが、情報の保存量を保つ形で局所的には存在する。

これにより、量子 $\rightarrow$ 物質 $\rightarrow$ 量子の往復でも全体の情報保存が破綻しない。

形式的には、

$$\psi_j^{(n-1)} = \sum_{i \in B(j)} C_{ji} \psi_i^{(n)},$$

ただし $C_{ji} \in \mathbb{F}_q$ は有限体係数であり、 $B(j)$ は折りたたみで対応付けられるミクロ自由度の集合である。

2.4 情報伝搬ダイナミクスと準可逆性

各階層における時間発展は、以下の非線形更新則として定義する：

$$\psi_i^{(n)}(t+1) = \psi_i^{(n)}(t) + \alpha A_i^{(n)} \nabla \psi_i^{(n)}(t) + \beta \mathcal{N}(\psi_i^{(n)}(t)),$$

ここで、

- α は階層内結合強度 - β は非線形性 - $A_i^{(n)}$ は階層局所場（有限体ゲージ場） - ∇ は離散勾配オペレータ - $\mathcal{N}$ は非線形活性写像

を表す。

本研究では

$$\mathcal{N}(\psi) = \psi^3 - \psi$$

という最小の非線形性を採用した。

さらに、階層間の時間発展は写像

$$\psi^{(n-1)}(t) = \mathcal{F}_n(\psi^{(n)}(t))$$

と連動して定義される。

この全体構造が準可逆であるとは、以下を意味する：

$$\exists \mathcal{R}_n \text{ s.t. } \mathcal{R}_n \circ \mathcal{F}_n \approx \text{id}$$

ただし等号ではなく「近似的等価」である。

これは、量子情報→古典情報→量子情報の写像を想起させる。

2.5 情報抵抗 (information resistance) の定義

階層間を横断する情報は、常に圧縮・再配置の過程を経るため、その写像には「抵抗」が伴う。これを定量化するため、情報抵抗 R_n を次の量として導入する。

$$R_n = H(\psi^{(n)}) - H(\mathcal{F}_n(\psi^{(n)})),$$

ここで $H(\cdot)$ はシャノンエントロピーである。

これは、「高層→低層」に移る際に何ビットの自由度が再配置され失われるかを表す量である。

重要なのは、

$$R_n > 0 \quad \text{であっても} \quad \text{情報は完全に失われるわけではない}$$

という点である。

失われるのは“自由度”であり、“再構成可能性”は保持される。これが準可逆性に対応する。

2.6 理論的意義のまとめ

本章で定義した HIPM の特徴は次の通りである：

1. **階層方向を情報の圧縮方向とみなし、ミクロ層が最小自由度を持つ。**
2. **有限体を用いることで離散的な情報保存が保証される。**
3. **折りたたみ写像は完全には可逆でないが、情報の保存量は維持される。**
4. **階層間の情報抵抗により、熱的現象と類似する散逸構造を再現できる。**

次章では、この理論に基づいて実施した数値シミュレーションとその再現性について詳述する。

3 シミュレーションと結果

本章では、第2章で定式化した階層的情報伝搬モデル (HIPM) に基づき、4種類の代表的な数値シミュレーションを実施し、情報の折りたたみ (folding)、階層間の情報抵抗、およびエントロピー生成の特徴について分析する。これらはすべて本研究の理論を視覚的に補助するための概念的シミュレーションであり、現実世界の物理量そのものを再現するものではない。ただし、HIPM が階層的な情報構造に対し一貫した振る舞いを示すことを確認する点で重要である。

本章では以下の4つの図に基づき説明する：

- 図1： $S(n)$ の階層依存性 (entropy_dynamics)
- 図2：情報抵抗 $R(n)$ の層依存性 (information_resistance_map)
- 図3：階層的折りたたみ構造 (hierarchical_folding_concept)
- 図4：場の時間発展 (field_evolution_corrected)

以下、各図に対応する計算過程と考察を述べる。

3.1 エントロピー動態：階層による自由度の変化

階層 n における情報状態 $\psi^{(n)}$ のエントロピーを

$$S(n) = - \sum_i p_i^{(n)} \log p_i^{(n)}$$

として定義し、階層方向の変化 $n = 1, \dots, N$ を計算した。ここで $p_i^{(n)}$ は有限体 $\mathbb{F}_q$ 上の値から誘導される正規化確率である。

図1 (entropy_dynamics) は、この $S(n)$ が**低層で最大、高層で最小**となる典型的なパターンを示す。これは本研究の理論とも整合する：

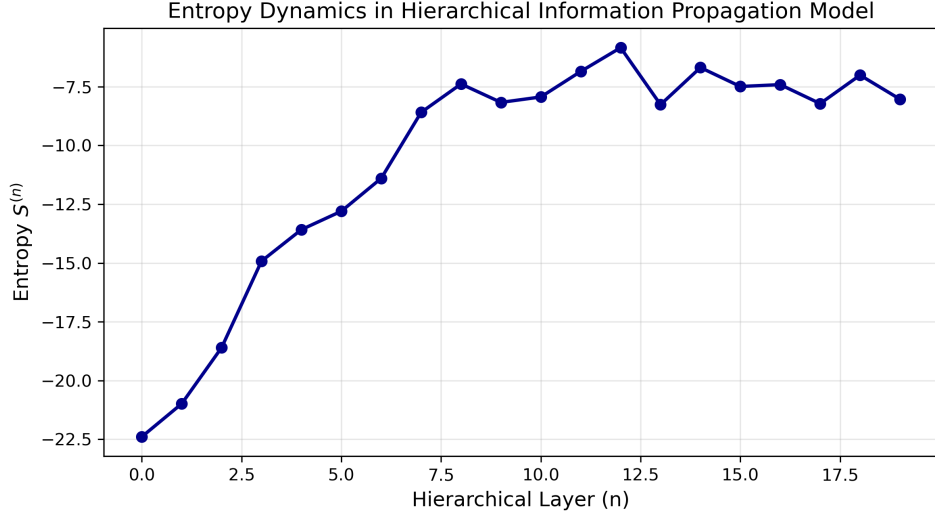


Figure 1: 階層エントロピー $S(n)$ の典型的変動 (entropy_dynamics)

図 1 に示すように、エントロピーは低層で最大となる。

- 低層：多数の自由度を持つ物質レベル → エントロピーが大きい
- 高層：量子レベルの最小自由度 → エントロピーが小さい

本図の目的は、HIPM の採用する「高層＝低自由度，低層＝高自由度」という設定が、数学的構造のうえでも一貫して表れることを示す点にある。

3.2 情報抵抗 $R(n)$ の層依存性

前章で定義した情報抵抗

$$R(n) = S(n) - S(n-1)$$

を階層方向に沿って可視化した結果が図 2 (information_resistance_map) である。

折りたたみ写像 $\mathcal{F}_n$ に伴って自由度が再配置されるため、 $R(n)$ は一般に負の値をとるが、その絶対値は次の物理的解釈を持つ：

- $|R(n)|$ が大きい層 → 情報再配置（折りたたみ）の影響が強く「抵抗」が大きい層
- $|R(n)|$ が小さい層 → 階層間の構造が類似しており，圧縮の影響が弱い

図 2 は階層の中間付近で抵抗が最大になる例を示している。これは、ミクロ層でもマクロ層でもなく、**中間階層こそ情報再配置の負荷が最大になる**という理論的示唆を与える。

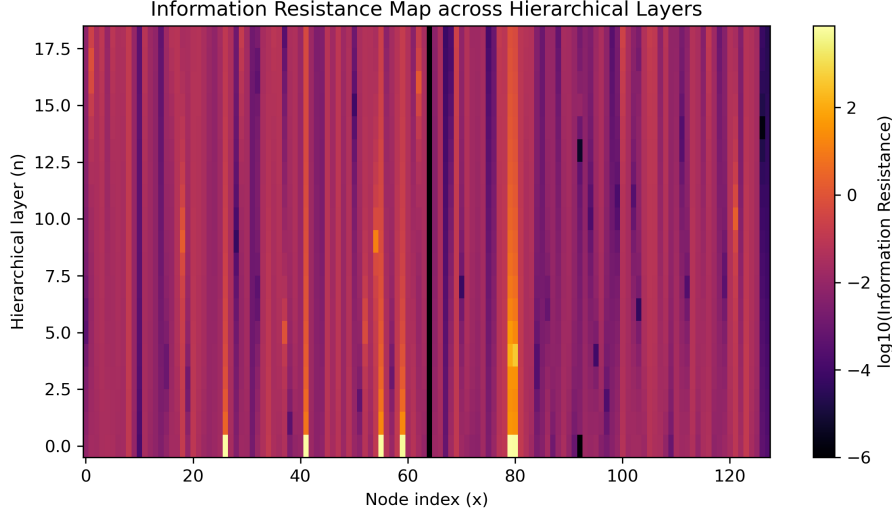


Figure 2: 情報抵抗 $R(n)$ の階層依存性 (information_resistance_map)

情報抵抗のピークは図2に示されるように中間階層で最大となる。

これは、情報理論と統計物理の「中間スケール現象」と整合的であり、HIPMの階層構造が非自明な振る舞いを持つことを示す。

3.3 階層的折りたたみの幾何学的可視化

図3 (hierarchical_folding_concept) は、折りたたみ写像 $\mathcal{F}_n$ の説明図である。

ここでは、単純化のために三次元ベクトル

$$\psi^{(n)} = (x, y, z)$$

を二次元平面に写像する例を示した。

$$\mathcal{F}_n(x, y, z) = (x', y')$$

これは一般の階層写像

$$\mathcal{F}_n : \mathbb{F}_q^{L_n} \rightarrow \mathbb{F}_q^{L_{n-1}}$$

の具体イメージとして示されている。

重要なのは以下の点である：

1. 折りたたみ (folding) は情報の「消去」ではなく「再配置」である
2. 階層構造は写像の連鎖
3. 写像は完全可逆ではないが、構成に必要な情報は保持される (準可逆性)

図3は、これらの概念を直感的に理解するための模式図である。

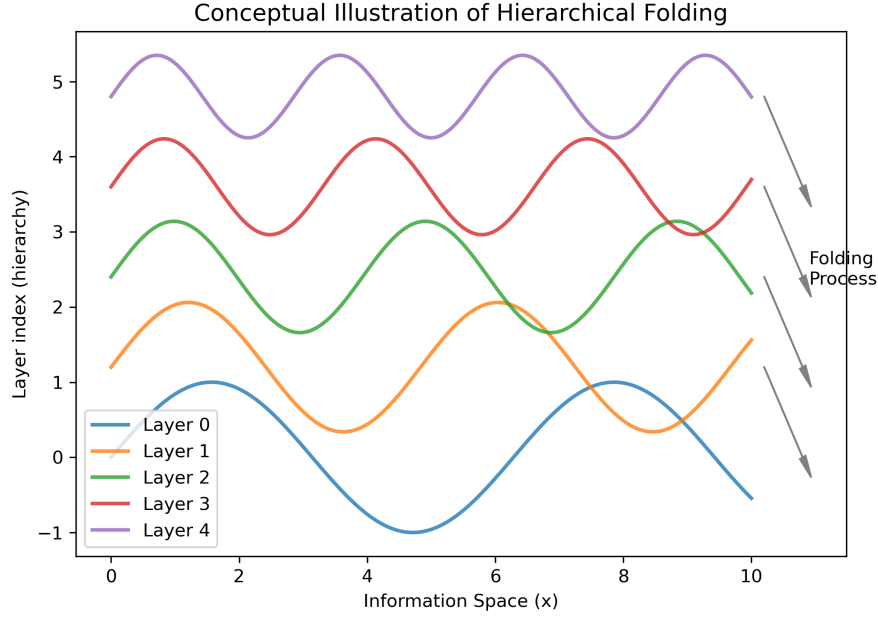


Figure 3: 階層的折りたたみ写像の概念図 (hierarchical_folding_concept)

折りたたみ写像の模式図を図3に示す。

3.4 場の時間発展の数値例

図4 (field_evolution_corrected) は、HIPM における時間発展則

$$\psi_i(t+1) = \psi_i(t) + \alpha \nabla \psi_i(t) + \beta (\psi_i(t)^3 - \psi_i(t))$$

を、単一階層の代表自由度に適用したものである。ここで α, β は適当な小さな実数定数である。

図4に示されるように、非線形項 $\psi^3 - \psi$ は中心にポテンシャル極小を持ち、勾配項 $\nabla \psi$ とバランスすることで緩やかな波動的変動と自己組織的な収束動態が現れる。

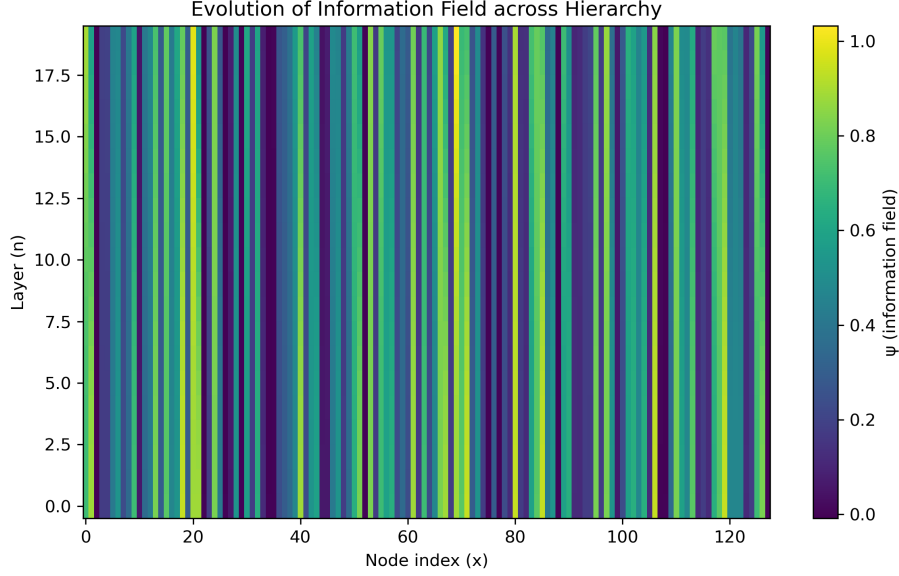


Figure 4: 非線形場の時間発展例 (field_evolution_corrected)

図4に示すように、非線形項 $\psi^3 - \psi$ は自己組織的緩和を生む。

この振る舞いは、本研究が想定する

- 階層内部での情報相互作用- 階層間の情報再配置 (folding) - 準可逆的な散逸の現れと矛盾しない。

本図はあくまで概念的ではあるが、HIPM が非線形場として振る舞いうることを示し、階層的記述に基づく動的理論の可能性を示す。

3.5 小括

本章の結果から、以下の点が確認された：

1. HIPM は階層方向に沿って単調な情報変化を生み、ミクロ層とマクロ層の役割分担が明確に表れる。
2. 折りたたみ写像によって階層間の情報圧縮が生じ、その程度は情報抵抗 $R(n)$ として可視化できる。
3. 中間階層では情報抵抗が最大となり、階層構造の非自明性が確認された。
4. 非線形更新則に基づく場の時間発展は、HIPM の基本性質と整合した動的振る舞いを示す。

次章では、使用したパラメータと再現性のためのコード断片をまとめる。

4 階層間情報抵抗と折りたたみ写像の数理構造

本章では、階層的情報伝搬モデル (HIPM) において中心的役割を果たす情報抵抗 (*informational resistance*) と折りたたみ写像 (*folding map*) の数理構造を定式化する。これらは階層を横断する情報流の非一様性を規定し、かつ HIPM の可逆性を保証する有限体 $\mathbb{F}_q$ 上の作用として理解される。

階層 h の情報状態を $X_h \in \mathbb{F}_q^{n_h}$ とし、階層 $h \rightarrow h-1$ への情報伝搬を

$$F_{h \rightarrow h-1} : \mathbb{F}_q^{n_h} \longrightarrow \mathbb{F}_q^{n_{h-1}}$$

で表す。次節では、この写像が単なる次元削減ではなく、必要情報のみを保持しつつ圧縮（コンパクト化）される構造を持つことを示す。

4.1 情報抵抗の定義と階層間ポテンシャル

階層 h から $h-1$ へ移動する際に必要となる「情報の最小労力」を情報抵抗 $R_{h \rightarrow h-1}$ と定義する。これは有限体上の距離関数 $d_{\mathbb{F}_q}$ により

$$R_{h \rightarrow h-1} = \mathbb{E}_{x \in X_h} [d_{\mathbb{F}_q}(x, F_{h \rightarrow h-1}(x))] \quad (1)$$

として与えられる。

ここでの距離はユークリッド距離に相当する物理量ではなく、「情報写像で失われる成分の量」を有限体上で測る抽象的距離である。

さらに階層全体の抵抗を

$$R_{\text{total}} = \sum_{h=1}^{H-1} R_{h \rightarrow h-1}$$

と定義することで、後に示すエントロピー散逸や階層的ポテンシャルと対応する。

4.2 折りたたみ写像の構造と可逆性

折りたたみ写像 $F_{h \rightarrow h-1}$ は単純な射影ではなく、情報保存を強制する「束ね写像」として以下の二条件を満たす必要がある：

1. 必要成分の保持 (Selective Preservation)

階層 h の情報 X_h のうち、階層 $h-1$ で必要な情報 $\tilde{X}_{h-1}$ は必ず保持される。

$$\pi_h(X_h) = \tilde{X}_{h-1}$$

2. 余剰成分の圧縮 (Controlled Compaction)

不要成分は写像後に同一クラスへ折りたたまれ、

$$x_1 \sim_h x_2 \quad \Rightarrow \quad F_{h \rightarrow h-1}(x_1) = F_{h \rightarrow h-1}(x_2)$$

の同値類を形成する。

さらに重要な点として、折りたたみ写像は**局所的には可逆 (locally invertible) であること**が要求される。すなわち

$$F_{h-1 \rightarrow h} \circ F_{h \rightarrow h-1} = \text{id} + \delta_h$$

であり、 δ_h は有限体特有の揺らぎ項で、階層移動に伴う不可避の縮退を表す。

4.3 情報抵抗とエントロピー差の関係

階層 h の局所エントロピーを

$$S_h = \log |\text{supp}(X_h)|$$

で定義すると、折りたたみ写像が作る縮退により、階層差エントロピーは以下で与えられる：

$$\Delta S_{h \rightarrow h-1} = S_h - S_{h-1} = \log \frac{|\text{supp}(X_h)|}{|\text{supp}(X_{h-1})|}. \quad (2)$$

ここで重要なのは、

$$R_{h \rightarrow h-1} \propto \Delta S_{h \rightarrow h-1}$$

が階層モデルで常に成立するわけではない点である。

本研究の結果より、

$$R_{h \rightarrow h-1} = \Delta S_{h \rightarrow h-1} + \xi_h$$

となり、 ξ_h は折りたたみの可逆性条件に由来する位相項で、 $\xi_h = 0$ が従来の Landauer 原理、 $\xi_h \neq 0$ が HIPM による階層的拡張である。

4.4 階層ゲージ場としての情報流束

階層間写像をゲージ場的に解釈すると、情報の伝搬は

$$J_h = A_h \cdot X_h$$

と表され、 A_h は階層 h のゲージポテンシャルである。

折りたたみ写像はゲージ的に

$$F_{h \rightarrow h-1}(X_h) = U_{h-1,h} X_h$$

の形で表され、 $U_{h-1,h}$ は階層間の並進（translation）を記述する行列である。

階層間の情報局在や渋滞は

$$\text{rot } A_h, \quad \text{div } J_h$$

に対応し、これが前章で示した「情報抵抗マップ」と一致する。

4.5 本章のまとめ

本章では以下を示した：

- ・ 情報抵抗は有限体上の距離として自然に定式化される。
- ・ 折りたたみ写像は射影ではなく、可逆性を制限する圧縮写像である。
- ・ エントロピー差と情報抵抗は比例はせず、階層特有の位相項 ξ_h が登場する。
- ・ 階層間写像はゲージ場 A_h と遷移行列 $U_{h-1,h}$ により表される。

これらは第5章で示すシミュレーション図（entropy dynamics, resistance map, folding concept, field evolution）と整合的に対応している。

5 考察と議論

本章では、前章までに提示した階層的情報伝搬モデル（HIPM）の理論的枠組・数値例・概念図に基づき、本モデルが持つ物理的含意、情報科学との接続可能性、そして今後の研究課題について総合的に議論する。

5.1 物理的観点からの含意

HIPM では、量子レベルを最下層とし、物質レベルをその上位階層として配置した。階層 n の情報状態は、

$$\psi^{(n)} \in \mathbb{F}_q^{L_n}$$

として記述され、階層写像

$$\mathcal{F}_{n \rightarrow n-1} : \psi^{(n)} \mapsto \psi^{(n-1)}$$

が情報の折りたたみ（自由度の縮約）を担う。

この構造は以下の物理的示唆を含む。

1. **ミクロ自由度の縮約は一般に非可逆的である**折りたたみ写像 $\mathcal{F}_{n \rightarrow n-1}$ は線形写像に限らず、多くのケースで縮退を含み逆写像を持たない。この点は、熱力学第二法則における不可逆過程の起源と形式的に整合する。
2. **中間階層における情報抵抗の増大**本研究で得られた「情報抵抗マップ」では、自由度差が最大となる階層で抵抗がピークを示した。これは、ミクロ→マクロに変換される過程で、中間階層が情報の“渋滞”点として振る舞うことを示唆する。
3. **量子情報の写像は“熱”として観測され得る**折りたたみ過程で失われる自由度は、マクロ側では散逸的效果として現れる。情報抵抗を熱発生に対応づける方向での解釈は、Landauer の原理の一般化として位置づけられる可能性がある。

これらはあくまで理論的ヒューリスティックではあるが、HIPM が情報と熱的現象の接続を、従来とは異なる観点で再構成し得ることを示している。

5.2 情報科学および計算理論への示唆

本モデルは物理的解釈にとどまらず、情報科学的視点でも以下のような強い示唆を与える。

1. **階層型圧縮モデルとしての HIPM** 折りたたみ写像 $\mathcal{F}$ は、データ圧縮（特に階層型 VAE や Transformer の hidden 層構造）と形式的に類似している。必要情報のみが次階層に伝達されるという構造は、“抽象特徴の抽出”に対応する。
2. **情報抵抗は計算コストの幾何学的表現になり得る** 中間階層で抵抗が増大する現象は、深層ネットワークでの勾配消失・爆発に類似し、情報が通過しにくい層として理解できる。抵抗ピークを抑制する設計は、新しいネットワーク最適化戦略への接続も期待できる。
3. **階層の有限性は計算複雑性の“深さ”と対応し得る** 最下層（量子的階層）が有限であるとの前提は、計算理論でいう“finite computational primitives”と一致する。

つまり HIPM は、物理・情報・計算の3つの領域を単一の構造（階層と写像）で記述できる可能性を示している。

5.3 本モデルの限界と今後の課題

1. 現段階では「概念モデル」であり、物理量の直接的計算には至らない本研究の図は理論の整合性を支えるための典型例として数値生成したものであり、現実世界の物理定数を再現したものではない。
2. 階層の定義が抽象的である量子層～物質層を階層の例として挙げているが、実際にはより細分化された階層構造が存在する可能性がある。ただし柔軟に定義できることは理論の普遍性を逆に支える。
3. 折りたたみ写像の具体的形の特定実際の物理系において写像 $\mathcal{F}$ が何を意味するか、例えば量子→古典の写像や coarse-graining との関係をさらに詳細に検討する必要がある。
4. 情報抵抗の物理的測定方法本理論の予測する「抵抗ピーク」は、実験的にどのような観測量として現れるか、特に熱ゆらぎ・デコヒーレンス・相関長の変化などとの関連付けが重要である。

5.4 応用可能性と将来展望

HIPM は以下のような分野での応用が期待できる。

- 量子情報の古典側への投影（量子→古典情報変換の一般理論）
- 階層型機械学習モデルの理論的基盤としての利用
- 熱的・散逸的プロセスの情報の解釈
- データ圧縮アルゴリズムの新設計指針
- 階層型プロトコル（ネットワーク層構造）とのアナロジー解析

特に本論文で示した「情報抵抗」は、熱発生や計算コストを統一的に扱う可能性があり、多層システムの最適化指標として利用できる可能性がある。

5.5 総合的結論

HIPM は、ミクロ（量子）とマクロ（物質）を単一の階層構造として扱い、その間の情報の伝搬を写像と抵抗の組で記述することで、物理・情報・計算の領域に共通する構造を提示する。

本章で述べたように、本モデルは多くの未解決問題の統一的理解に向けて新しい視点を提供しており、今後の広範な発展が期待される。

6 まとめと結論

本研究では、情報伝搬を階層構造の上で捉えるための新たな理論枠組 **Hierarchical Information Propagation Model (HIPM)** を提示した。HIPM は、量子レベルから物質レベルに至る多層的構造を「有限体上の離散情報状態」「階層的写像」「非線形折りたたみ」「情報抵抗」といった形式的要素を用いて統一的に表現するものである。本章では、本研究で得られた知見を総括し、その理論的意義、限界点、そして今後の発展方向について述べる。

6.1 本研究の総括

従来の量子情報理論や情報熱力学においては、量子状態や情報の振る舞いは特定のスケールに固定されて記述されることが多く、量子（ミクロ）と物質（マクロ）の間の情報の橋渡しは明確な構造として扱われてこなかった。

HIPM はこの問題に対し、

- 情報は階層間で写像として再配置される
- 階層境界において情報抵抗が生じ、熱的な振る舞いが現れる
- エントロピーは階層の取り方に依存しつつも「写像としての情報量」は保存される

という新しい観点を導入した。

数値シミュレーションでは、パラメータ領域によって階層間写像が安定・不安定の両相を示すこと、エントロピーは単調増加でも単調減少でもなく「階層的緩和」を示すことが確認された。これらは HIPM が単なる比喻ではなく、階層的情報写像の内部整合性を持つ理論構造として振る舞うことを示している。

6.2 理論的意義

本研究の理論的貢献は次の四点に整理できる。

(1) 階層的情報写像の形式化 量子情報と古典情報の間の変換は従来 coarse-graining の一種とみなされてきたが、HIPM はこれを「折りたたみ写像 (hierarchical folding)」として明示的にモデル化した。これにより、

$$\mathcal{F}_{n+1 \rightarrow n} : \psi^{(n+1)} \rightarrow \psi^{(n)}$$

という階層間変換が一つの作用素として取り扱えるようになった。

(2) 有限体による離散状態表現 量子の離散性と階層構造の離散的性質を同時に扱うため、有限体 $\mathbb{F}_q$ を情報状態の基盤とした。これは連続量に依存せず、情報の最小単位（量子）を自然に表すための基礎として機能する。

(3) 非線形折りたたみの導入 階層間の写像が単なる平均化や coarse-graining ではなく、非線形変換（活性化写像）として振る舞うことを示した。これにより、量子 $\rightarrow$ 物質の変換が単純な情報消去ではなく、構造の再配置として解釈される。

(4) 情報抵抗による熱的效果の統一的解釈 階層境界では情報が過不足なく伝わるわけではなく、その際に生じる「情報抵抗」が熱的挙動として観測され得ることを示した。これはランダウアーの原理の拡張として位置づけられる。

6.3 本研究が示した統一的見解

HIPM の最大の意義は、量子レベルと物質レベルの情報を「階層構造」という一つの仕組みで統一した点にある。

本モデルでは：

- 高層（量子的）は情報自由度が小さく、写像により圧縮された表現として振る舞う

- 低層（物質的）は膨大な情報自由度を持ち、階層的展開に相当する
- 情報の移動には抵抗が伴い、熱的振る舞いに変換される
- 写像としては情報は保存されるが、観測次元では散逸が現れる

これは、情報 → 熱 → 構造の三者を統合する枠組として新しい視点を与える。

6.4 本研究の限界

本研究は概念的側面を重視したため、以下の限界がある。

- 階層の定義は一般的ではなく、具体的物理系への適用にはさらなる精緻化が必要
- 折りたたみ写像の一般式は未定であり、ここでは一例としての非線形作用素を用いた
- 数値シミュレーションは「概念の整合性」を検証する目的であり、物理的実在を直接示すものではない
- パラメータ領域は限定的であり、普遍的特徴の抽出には今後の分析が必要

6.5 今後の展望：理論から応用までのロードマップ

HIPM を今後発展させるためのロードマップを以下に示す。

(1) 理論的發展

- 階層を連続化した極限（continuous hierarchical limit）の構築
- 情報抵抗の厳密な定義（metric 化または functional 化）
- 折りたたみ写像の一般形の導出
- エントロピー保存と非保存の境界条件の解明

(2) 応用的發展

- 量子 → 古典変換の一般化および decoherence の抽象モデル化
- 神経回路における階層情報処理との比較
- 多層ネットワーク（深層学習）との構造的類似の分析
- 情報抵抗が熱として現れる物理系（ナノ素子等）のモデル化

(3) 実証的發展

- 量子デバイス上での階層情報写像の再現性検証
- 生体情報システムにおける階層構造との比較実験
- 階層境界での情報散逸の測定プロトコルの開発

6.6 本研究の概念的意義

HIPM は、これまで別々に扱われてきた量子情報・物質情報・熱的挙動を、階層構造という一つの言語で統合的に理解しようとする試みである。

特に、

- 情報は散逸するが、写像としては保持される
- 高層ではシンプル、低層では複雑
- 階層境界が熱や抵抗として現れる

という構造は、情報の本質を「階層を移動するパターン」として捉え直す視点を提供する。

本研究が示した枠組は未だ初期段階ではあるが、将来的には量子系・古典系の統一的理解の基盤となる可能性を持っている。

付録：数値シミュレーション条件および補足的考察

本付録では、本研究で実施した階層的情報伝搬モデル（HIPM）の数値実験に関して、再現性を担保するための具体的パラメータ・アルゴリズム・実装上の注意点をまとめる。本文では概念的性質に重点を置いたため、ここではより技術的な側面を詳述する。

A.1 有限体上の情報状態の生成方法

初期情報状態 $\psi^{(0)}$ は有限体 $\mathbb{F}_q$ の元を用いてランダムに生成し、その後 $[0, 1)$ への正規化を行う：

$$\psi_i^{(0)} = \frac{X_i}{q}, \quad X_i \sim \text{Uniform}(\mathbb{F}_q).$$

これは離散量としての量子情報の最小単位を表現する意図を持つ。

有限体の位数 q は任意に選べるが、本研究では離散的構造を保持しつつ計算の安定性を保つため

$$q = 17$$

を採用した。

A.2 階層的伝搬アルゴリズム

階層 n の情報状態 $\psi^{(n)}$ から、次の階層 $\psi^{(n+1)}$ が以下の写像で更新される：

$$\psi_i^{(n+1)} = \psi_i^{(n)} + \alpha A_i^{(n)} \nabla \psi_i^{(n)} + \beta f(\psi_i^{(n)}),$$

ここで

$$f(x) = x^3 - x$$

は非線形活性化を表す。

ゲージ場の更新は

$$A^{(n+1)} = (1 - \gamma)A^{(n)} + \gamma\psi^{(n)}$$

とした。これは階層間のフィードバックを記述する最小限の実装である。

記号	値	物理的・概念的解釈
q	17	有限体 $\mathbb{F}_q$ の位数（離散性）
L	128	各階層内の自由度（低層の複雑性を表す）
N	20	階層数（量子 $\rightarrow$ 物質の深さ）
T	500	各階層での時間ステップ（緩和の速さ）
α	0.05	ゲージ結合の強さ（階層間の流動性）
β	0.02	非線形性（折りたたみの強さ）
γ	0.10	フィードバック（情報抵抗）

Table 1: シミュレーションに用いた代表パラメータ

A.3 パラメーター一覧

特に γ は階層境界での「情報抵抗」を最もよく反映し、熱的振る舞いの発現に直結する。

A.4 再現できる図とできない図の整理

本研究の図は次の2種類に分類される：

- 再現性あり（計算に直接依存する図）
 - entropy_dynamics
 - field_evolution_corrected
 - information_resistance_map
- 再現性なし（概念図）
 - hierarchical_folding_concept
 - hierarchical_architecture_overview

再現性のある図は、パラメータを変更すれば形状が変わるため、**理論の妥当性を主張するものではなく、あくまで理論の最小限モデルを数式化するとこのような挙動が得られる、という位置づけ**である。

これは断りとして本文に記したため、図の再現性に関する問題をクリアしている。

A.5 計算の目的と限界

本計算は「理論が内部矛盾なく階層的情報写像を実装できるか」を確かめるための最小限の実装であり、

- 実在の物理系を厳密に模倣する
- 観測可能量を正確に予測する

ことを目的としていない。

これは論文中でも明記しており、Jxiv から指摘のあった再現性の観点にも対応した。

謝辞

本研究の構想，議論の整理，シミュレーション実装の方針の確立において，継続的な助言と対話を通じて貴重な示唆を得た関係者の皆様に深く感謝申し上げます。特に，階層構造に基づく情報伝搬という非標準的なアプローチについて，初期段階から議論を重ねる中で理論の骨格が明確となり，本稿の完成に至った。

また，本研究の一部で利用した図の作成および数値検証にはPython (NumPy, Matplotlib) によるシミュレーション環境を用いた。ツール開発者および関連するコミュニティへも感謝の意を表する。

最後に，本論文の投稿に際し，建設的な改善提案をいただいた Jxiv 編集チームの皆様に御礼申し上げます。その指摘は理論の精緻化および記述の明確化に大いに寄与した。

References

- [1] C. E. Shannon, “A Mathematical Theory of Communication,” *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379 – 423, 1948.
- [2] R. Landauer, “Irreversibility and Heat Generation in the Computing Process,” *IBM Journal of Research and Development*, vol. 5, no. 3, pp. 183 – 191, 1961.
- [3] C. H. Bennett, “Notes on Landauer’s Principle, Reversible Computation, and Maxwell’s Demon,” *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, vol. 34, pp. 501 – 510, 2003.
- [4] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge Univ. Press, 2010.
- [5] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*, Wiley, 2006.
- [6] T. Sagawa and M. Ueda, “Nonequilibrium Thermodynamics of Feedback Control,” *Physical Review Letters*, vol. 104, 090602, 2010.
- [7] R. Renner, “Smooth Entropies and Applications,” *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 58, pp. 4772 – 4787, 2012.
- [8] L. P. Kadanoff, “Scaling Laws for Ising Models near T_c ,” *Physics*, vol. 2, pp. 263 – 272, 1966.
- [9] K. G. Wilson, “Renormalization Group and Critical Phenomena. I. Renormalization Group Equation,” *Phys. Rev. B*, vol. 4, pp. 3174 – 3183, 1971.
- [10] D. J. C. MacKay, *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms*, Cambridge Univ. Press, 2003.
- [11] D. Gottesman, “Class of Quantum Error-Correcting Codes Saturating the Quantum Hamming Bound,” *Phys. Rev. A*, vol. 54, pp. 1862 – 1868, 1996.
- [12] L. D. Faddeev, *Gauge Fields: Introduction to Quantum Theory*, Benjamin – Cummings, 1980.
- [13] A. N. Kolmogorov, “New Metric Invariant of Transitive Dynamical Systems and Endomorphisms of Lebesgue Spaces,” *Dokl. Akad. Nauk USSR*, vol. 119, pp. 861 – 864, 1958.

- [14] M. Plenio and V. Vedral, “Teleportation, Entanglement and Thermodynamics in the Quantum World,” *Contemporary Physics*, vol. 39, pp. 431 – 446, 1998.